

# Mathematik-Brückenkurs 2011, FU Berlin

## Übungsblatt zur Differentialrechnung, 06.10.2011

### 1. *Ableitung elementarer Funktionen und Ableitungsregeln*

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen!

(a)  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$

(b)  $f(x) = x \cdot \ln x$

(c)  $f(x) = 2x^2 e^x \sin x$

(d)  $f(x) = \tan x$  (Tipp:  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ )

(e)  $f(x) = (x^3 - 1)^{20}$

(f)  $f(x) = \operatorname{asinh}(x)$  welches die Umkehrfunktion von  $f^{-1}(y) = \sinh y = \frac{e^y - e^{-y}}{2}$  ist.

### 2. *Ableitung einer Trajektorie*

Bilden Sie die erste zeitliche Ableitung der Funktion  $x(t) = r(t) \cdot \sin(\varphi(t))$ , wenn ...

(a)  $r(t) = \text{konst.}, \varphi(t) = \text{konst.}$

(b)  $r(t)$  beliebig,  $\varphi(t) = \text{konst.}$

(c)  $r(t) = \text{konst.}, \varphi(t)$  beliebig

(d)  $r(t)$  beliebig,  $\varphi(t)$  beliebig

### 3. *Bewegung eines Federpendels*

Ein Körper schwingt an einem Federpendel. Sein Ort  $x$  als Funktion der Zeit  $t$  werde durch folgende Gleichung beschrieben.

$$x(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Hierbei sind  $a$  die (konstante) Amplitude,  $\varphi$  die (konstante) Anfangsphase,  $\omega$  die konstante Kreisfrequenz (=Winkelgeschwindigkeit).

Bilden Sie die erste und zweite Ableitung des Ortes  $x(t)$  nach der Zeit  $t$  und deuten Sie sie physikalisch! Welche Einheiten haben die auftretenden Größen?

### 4. *Taylor-Polynom*

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom dritten Grades für  $g(x) = e^x \cdot \sin x$  um den Punkt  $x_0 = 0$ .

### 5. *Kurvendiskussion*

Skizzieren Sie die folgenden Funktionen. Bestimmen Sie außerdem ihre Extrempunkte und Wendepunkte (sofern sie existieren).

(a)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

(b)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + a^2}$

### 6. *Herleitung von Ableitungsregeln (\*)*

(a) Leiten Sie die Quotientenregel aus der Produkt- und der Kettenregel her!

(b) Leiten Sie die Ableitungsregel für  $a^x$  aus der für  $e^x$  her!

(c) Wie lautet die Ableitung von  $\log_a(x)$ ?