

4. Übung (Abgabe Di. 19. Mai spätestens bis 14:00 Uhr zu Beginn der Vorlesung)

16. Aufgabe ME4 (nur für Lehramtsstudierende!)

(4 Punkte)

Es sei $\vec{f}_\lambda(\vec{x}) = \begin{pmatrix} xe^y + \lambda y^2 \\ \lambda x^2 e^y + xy \end{pmatrix}$ mit $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $ID_{\vec{f}_\lambda} = \mathbb{R}^2$ und $\lambda \in \mathbb{R}$ konst. .

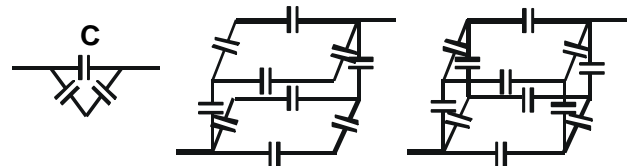
- a) Berechne das Kurvenintegral $\int_K \vec{f}_\lambda(\vec{x}) \bullet d\vec{x}$ für diejenige Kurve K, die geradlinig vom Punkt A = (1 | 0) zum Punkt B = (1 | 2) führt!
- b) Für welchen Wert λ_0 wird das Vektorfeld \vec{f}_λ zum Potentialfeld?
(Tipp: Integrierbarkeitsbedingung!)
- c) Es sei $\lambda = \lambda_0$. Berechne das Kurvenintegral $\int_K \vec{f}_{\lambda_0}(\vec{x}) \bullet d\vec{x}$ für diejenige Kurve K, die vom Punkt A = (0 | 0) ausgehend sinusförmig gemäß $y = \sin x$ zum Punkt B = (0 | 2π) und anschließend geradlinig von B = (0 | 2π) zum Punkt C = (1 | 1) führt!

17. Kondensator-Netzwerke

(4 Punkte)

Berechnen Sie die Gesamtkapazitäten folgender Schaltungen, die aus identischen Kondensatoren C aufgebaut seien.

Hinweis: Die dritte Schaltung ist sehr schwer; sie muss mit Hilfe von Potentialdifferenzen und Ladungen gelöst werden.



18. Teilchenfalle

(4 Punkte)

Kann man geladene Teilchen durch statische elektrische Felder in der Nähe eines Punktes festhalten? Betrachten Sie dazu das Potential $\varphi(x, y, z)$ das durch eine gewisse Ladungsverteilung erzeugt wird. In der Nähe des Ursprungs sollen die Ladungsdichte null sein und φ die folgende Form haben:

$$\varphi = ax^2 + by^2 + cz^2 + \text{const.}$$

- a) Wie müssen a, b, c beschaffen sein, damit eine Ladung im Ursprung festgehalten wird?
- b) Welche Bedingung liefert andererseits die Elektrostatik für a, b, c ?
- c) Was folgern Sie aus a) und b) bezüglich des Festhaltens von Teilchen?

Hinweis: Für eine stabile Lage muss die potentielle Energie minimal sein. Die Elektrostatik liefert einen Zusammenhang zwischen Potential und Ladungsverteilung.

19. Driftgeschwindigkeit in Kupfer

(4 Punkte)

Berechnen Sie die Driftgeschwindigkeit \vec{v}_d in einem Kupferkabel. Nehmen Sie dazu an, dass jedes Kupferatom genau ein Elektron an das Elektronengas abgibt. Der Querschnitt des Kabels sei 1.5 mm^2 und die Stromstärke $I = 1 \text{ A}$.

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Ladungsträgerdichte im Elektronengas, indem Sie die Anzahl Kupferatome pro Volumen ausrechnen. Die Dichte ρ_{Cu} und die Molmasse M_{Cu} von Kupfer finden Sie im Periodensystem.

4. Übung (Abgabe Di. 19. Mai spätestens bis 14:00 Uhr zu Beginn der Vorlesung)

20. Klassischer Elektronenradius (nicht für Lehramtsstudierende!)

(4 Punkte)

Der klassische Radius r_0 eines Elektrons ergibt sich aus Streuexperimenten bei der Paarvernichtung eines Positrons (Antiteilchen des Elektrons) mit einem Elektron. Es gilt $r_0 = \alpha^2 a_B$, wobei $\alpha \cong 1/137$ die Feinstrukturkonstante und $a_B = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m der Bohr'sche Radius ist. Berechnen Sie eine Näherung für r_0 aufgrund folgender Annahmen und vergleichen Sie mit r_0 :

- Die Ladung $-e$ des Elektrons soll auf einer Kugelschale mit Radius r_0 sitzen und die elektrostatische potentielle Energie W_{el} dieser Anordnung soll über die Relation $W_{el} = m_e c^2$ die gesamte Masse des Elektrons ($m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg) erklären.
- Wie in a), nur soll diesmal die Ladung homogen über die gesamte Kugel verteilt sein ($\rho = \text{const.}$).

Hinweis und Anmerkung: Für die Lösung von Teilaufgabe a) nehmen Sie an, dass bereits eine Teilladung $|-Q| < e$ homogen verteilt auf der Oberfläche sitzt. Der Zuwachs an elektrostatischer potentieller Energie dW_{el} ergibt sich aus der Arbeit, die verrichtet werden muss, um die nächste Teilladung $-dQ$ aus dem Unendlichen gegen das bereits bestehende Potential der Ladung $-Q$ auf die Oberfläche des Elektrons zu bringen (das anschließende homogene Verteilen von $-dQ$ kostet keine Arbeit, da die Oberfläche eine Äquipotentialfläche ist). Die gesamte elektrostatische potentielle Energie W_{el} ergibt sich dann durch Integration von 0 bis $-e$.

Teilaufgabe b) lässt sich durch ähnliche Überlegungen wie in Teilaufgabe a) lösen. In beiden Fällen ergibt sich ein klassischer Elektronenradius, der kleiner ist als r_0 . Letzteren erhält man, wenn man die Arbeit betrachtet, die frei wird, wenn ein (punktförmiges) Positron aus dem Unendlichen bis zum Abstand r_0 an das (punktförmige) Elektron heran gebracht wird, und diese Arbeit gleich der Ruhemasse $m_e c^2$ des Elektrons sein soll.