

6. Übung (Abgabe Di. 7. Dezember 2010 zu Beginn der Vorlesung oder spätestens bis 16:00 im Briefkasten im Sekretariat bei Frau Badow)

21. Brillouin-Funktion

- (a) Zeigen Sie, dass die allgemeine Brillouin-Funktion $B_J(x)$ sich für $J = 1/2$ reduziert zu $B_{1/2} = \tanh(x)$, dem in der Vorlesung besprochenen Spezialfall des 2-Niveau-Systems.
- (b) Beweisen Sie, dass für alle Werte von J für die Brillouin-Funktion gilt: $B_J(x) = 1$ für $x \rightarrow \infty$.
(2 Punkte)

22. Grundzustand und Magnetismus von Übergangs- und Seltene-Erd-Elementen

- (a) Bestimmen Sie in Russel-Saunders-Kopplung (Hund'sche Regeln) für die freien Ionen Mn^{3+} , Pr^{3+} , Eu^{3+} , Eu^{2+} , Tm^{3+} und Tm^{2+} den Grundzustand $^{2S+1}L_J$, die effektive Anzahl Bohr'scher Magnetonen p sowie das Sättigungsmoment $M_{sat} = M(x \rightarrow \infty)$, wobei $x = \mu_B B_0 / kT$. Zeichnen Sie jeweils ein Kästchendiagramm.
- (b) Begründen Sie, warum die Werte für Eu^{3+} und Mn^{3+} stark von den experimentellen Werten $p_{exp}^{Eu^{3+}} = 3.4$ und $p_{exp}^{Mn^{3+}} = 4.9$ abweichen.

Hinweis: Siehe Online-Übungsblatt mit Hinweisen.

(3 Punkte)

23. Paramagnetismus für $S = 1$

- (a) Berechnen Sie die Magnetisierung als Funktion des äußeren Magnetfeldes B_0 und der Temperatur für ein System mit Spin $S = 1$, Bahndrehimpuls $L = 0$, magnetischem Moment μ und Konzentration n .
- (b) Zeigen Sie, dass für $\mu_B B_0 \ll kT$ gilt: $M = 2n\mu^2 B / (3kT)$.
(2 Punkte)

24. Van-Vleck-Paramagnetismus

Der Van-Vleck-Paramagnetismus beschreibt, wie in der Vorlesung gezeigt, einen Effekt in zweiter Ordnung Störungstheorie, wobei der Störungsterm $H_{int} = -\mu_z B_0$ ist, mit dem magnetischen Dipolmoment $\mu_z = -\mu_B (L_z + g_0 S_z)$ und $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. In erster Ordnung gilt $\langle 0 | H_{int} | 0 \rangle = 0$, es existiert jedoch ein angeregter Zustand $|s\rangle$, der über H_{int} angeregt werden kann: $\langle s | H_{int} | 0 \rangle \neq 0$. Aus der Quantenmechanik ist bekannt, dass in diesem Fall der ungestörte Grundzustand $|0\rangle$ übergeht in einen gestörten $|0'\rangle$, der eine Beimischung des angeregten Zustandes $|s\rangle$ enthält:

$|0'\rangle = |0\rangle + \frac{\langle s | H_{int} | 0 \rangle}{E_s - E_0} |s\rangle$, wobei E_i die Energie des Zustandes $|i\rangle$ ist. Zeigen Sie, dass der gestörte

Grundzustand jetzt ein magnetisches Moment enthält, d.h. das für den Erwartungswert $\langle \mu_z \rangle = \langle 0' | \mu_z | 0' \rangle \neq 0$ gilt und leiten Sie daraus die Suszeptibilität χ her, die natürlich den gleichen Wert haben muss, wie diejenige, welche in der Vorlesung aus der Energieverschiebung hergeleitet wurde. Betrachten Sie dafür wieder N gleiche Ionen im Volumen V .

Hinweis: Siehe Online-Übungsblatt mit Hinweisen.

(2 Punkte)