6. Übung (Abgabe Di. 7. Dezember 2010 zu Beginn der Vorlesung oder spätestens bis 16:00 im Briefkasten im Sekretariat bei Frau Badow)

---

21. Brillouin-Funktion

(a) Zeigen Sie, dass die allgemeine Brillouin-Funktion $B_J(x)$ sich für $J = ½$ reduziert zu $B_{½} = \tanh(x)$, dem in der Vorlesung besprochenen Spezialfall des 2-Niveau-Systems.

(b) Beweisen Sie, dass für alle Werte von J für die Brillouin-Funktion gilt: $B_J(x) = 1$ für $x \to \infty$.

(2 Punkte)

22. Grundzustand und Magnetismus von Übergangs- und Seltene-Erd-Elementen

(a) Bestimmen Sie in Russel-Saunders-Kopplung (Hund'sche Regeln) für die freien Ionen Mn^{3+}, Pr^{3+}, Eu^{3+}, Eu^{2+}, Tm^{3+} und Tm^{2+} den Grundzustand ${}^{2S+1}L_J$, die effektive Anzahl Bohr'scher Magnetonen p sowie das Sättigungsmoment $M_{sat} = M(x\to\infty)$, wobei $x = \mu_B B_0/kT$. Zeichnen Sie jeweils ein Kästchendiagramm.

(b) Begründen Sie, warum die Werte für Eu^{3+} und Mn^{3+} stark von den experimentellen Werten $p_{exp}^{Eu^{3+}} = 3.4$ und $p_{exp}^{Mn^{3+}} = 4.9$ abweichen.

Hinweis: Die s-Elektronen werden bei der Ionisation zuerst abgegeben.

(3 Punkte)

23. Paramagnetismus für S = 1

(a) Berechnen Sie die Magnetisierung als Funktion des äußeren Magnetfeldes B_0 und der Temperatur für ein System mit Spin $S = 1$, Bahndrehimpuls $L = 0$, magnetischem Moment μ und Konzentration n.

(b) Zeigen Sie, dass für $\mu_B B_0 << kT$ gilt: $M = 2n\mu^2 B/(3kT)$.

(2 Punkte)

24. Van-Vleck-Paramagnetismus

Der Van-Vleck-Paramagnetismus beschreibt, wie in der Vorlesung gezeigt, einen Effekt in zweiter Ordnung Störungstheorie, wobei der Störungsterm $H_{int} = -\mu_z B_0$ ist, mit dem magnetischen Dipolmoment $\mu_z = -\mu_B(L_z + g_0 S_z)$ und $\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$. In erster Ordnung gilt $\langle 0|H_{int}|0\rangle = 0$, es existiert jedoch ein angeregter Zustand $|s\rangle$, der über H_{int} angeregt werden kann: $\langle s|H_{int}|0\rangle \neq 0$ Aus der Quantenmechanik ist bekannt, dass in diesem Fall der ungestörte Grundzustand $|0\rangle$ übergeht in einen gestörten $|0'\rangle$, der eine Beimischung des angeregten Zustandes $|s\rangle$ enthält: $|0'\rangle = |0\rangle + \frac{\langle s|H_{int}|0\rangle}{E_s - E_0}|s\rangle$, wobei E_i die Energie des Zustandes $|i\rangle$ ist. Zeigen Sie, dass der gestörte Grundzustand jetzt ein magnetisches Moment enthält, d.h. das für den Erwartungswert $\langle\mu_z\rangle = \langle 0'|\mu_z|0'\rangle \neq 0$ gilt und leiten Sie daraus die Suszeptibilität χ her, die natürlich den gleichen Wert haben muss, wie diejenige, welche in der Vorlesung aus der Energieverschiebung hergeleitet wurde. Betrachten Sie dafür wieder N gleiche Ionen im Volumen V.

Hinweis: Benutzen Sie für die Herleitung die üblichen Beziehungen zwischen Magnetisierung M *und magn. Dipolmoment* μ_z *sowie zwischen* M *und der Suszeptibilität* χ.

(2 Punkte)