8. Übung (Abgabe Di. 4. Januar 2011zu Beginn der Vorlesung oder spätestens bis 16:00 im Briefkasten im Sekretariat bei Frau Badow)

---

29. Néel-Temperatur

In der Vorlesung wurde bei der Herleitung der Néel-Temperatur in der Molekularfeld-Näherung für den Antiferromagnetismus die ferromagnetische Kopplung innerhalb der Untergitter vernachlässigt. Betrachten Sie nun neben der antiferromagnetische Kopplung $\lambda_{AB} > 0$ zwischen den beiden magnetischen Untergitter *A* und *B* (mit gleicher Curie-Konstante *C*), auch eine ferromagnetische Kopplung $\lambda > 0$ innerhalb der beiden Untergittern *A* und *B* .

Zeigen Sie, dass dann die folgende Beziehung zwischen der Néel-Temperatur T_N und der über eine lineare Extrapolation von $\chi^{-1}(T)$ zu null erlangten Temperatur θ existiert:

$$\frac{\theta}{T_N} = \frac{\lambda_{AB} + \lambda}{\lambda_{AB} - \lambda},$$ wobei T_C die Curie-Temperatur bedeutet.

Hinweis: Benutzen Sie für die Herleitung den gleichen Ansatz, der in der Vorlesung für die Molekularfeld-Näherung für den Antiferromagnetismus verwendet wurde. Bestimmen Sie zunächst die Néel-Temperatur, indem Sie zunächst das äußere Feld $B_0 = 0$ *setzen in einem zweiten Schritt wird* $B_0 > 0$ *angenommen und die Suszeptibilität* $\chi(T)$ *ausgerechnet.*

(3 Punkte)

30. Ferrimagnetische Ordnung

Zeigen Sie, dass aus drei antiferromagnetischen Austauschwechselwirkungen eine ferrimagnetische Ordnung resultieren kann. Betrachten Sie dazu ein Material mit zwei magnetischen Untergittern *A* (mit Curie-Konstante C_A) und *B* (mit Curie-Konstante C_B), wobei sowohl das Untergitter *A* als auch *B* für sich antiferromagnetisch koppelt (mit Molekularfeldkonstante λ_A bzw. λ_B) und zudem zwischen den beiden Untergittern *A* und *B* eine antiferromagnetische Kopplung (λ_{AB}) existiert.

(a) Zeigen Sie anhand der magnetostatischen potentiellen Energie U_{mag}, dass der Grundzustand eine antiferromagnetische Kopplung zwischen den Untergittern *A* und *B* aufweist, falls $\lambda_{AB} M_A M_B > \frac{1}{2}\left(\lambda_A M_A^2 + \lambda_B M_B^2\right)$ ist.

(b) Zeigen Sie weiter, dass für $\lambda_{A,B} = 0$ und $\lambda_{AB} > 0$ (entsprechend einer antiferromagnetischen Kopplung) eine ferrimagnetische Ordnung existiert und berechnen Sie die ferrimagnetische Suszeptibilität χ_{ferri}:

$$\chi_{ferri} = \mu_0 \frac{M_A + M_B}{B_0} = \frac{(C_A + C_B)T - 2\lambda_{AB} C_A C_B}{T^2 - T_C^2},$$ wobei T_C die Curie-Temperatur bedeutet.

Hinweis: Benutzen Sie für die Herleitung den gleichen Ansatz, der in der Vorlesung für die Molekularfeld-Näherung für den Antiferromagnetismus verwendet wurde.

(3 Punkte)

8. Übung (Abgabe Di. 4. Januar 2011zu Beginn der Vorlesung oder spätestens bis 16:00 im Briefkasten im Sekretariat bei Frau Badow)

Zusatzaufgabe Klausurvorbereitung: Freie Elektronen 1(*0 Punkte*)

(a) Wie ist die Fermi-Energie E_F beim freien Elektronengas definiert? (2 P)

(b) Welchen Modenabstand Δk haben die quantisierten Zustände k_x, k_y, k_z, des freien Elektronengases für den Fall der periodischen Randbedingung?

(c) Wie verändert sich die Fermi-Kugel in einem konstanten äußeren elektrischen Feld $\vec{E}$?

Zusatzaufgabe Klausurvorbereitung: Freie Elektronen 2(*0 Punkte*)

(a) Skizzieren Sie die Zustandsdichte $D(E)$ des freien Elektronengases bei $T = 0$ und $T > 0$.

(b) Welche allgemeine (mathematische) Form hat die Bloch-Wellenfunktion der Elektronen im kristallinen Festkörper (Bloch-Theorem)? (2 P)

(c) Skizzieren Sie im ***reduzierten*** Zonenschema die Energie $E(k)$ der freien Elektronen in ***einer*** Dimension unter Berücksichtigung der Periodizität des Kristalls (= leeres Gitter, d.h. das Potential ist null).

(d) Wie entstehen die Energielücken zwischen den Energiebändern? Geben Sie eine *kurze* Erklärung.