

10. Übung (Abgabe Di. 18. Januar 2011 zu Beginn der Vorlesung oder spätestens bis 16:00 im Briefkasten im Sekretariat bei Frau Badow)

34. London-Eindringtiefe

Man berechne die London-Eindringtiefe für Zinn und Zink, unter der Annahme, dass nur ein Bruchteil von 10^{-4} Elektronen pro Atom an der Supraleitung teilnimmt.

Hinweis: Berechnen Sie zuerst die Dichte der Atome, indem Sie das Volumen der Einheitszelle ausrechnen.

(2 Punkte)

35. Eindringtiefe des Magnetfeldes in eine dünne Platte

Gegeben Sei eine Platte der Dicke δ parallel zur xy -Ebene mit Zentrum bei $z = 0$. Zeigen Sie, dass ein von außen parallel in x -Richtung an die Platte angelegtes, konstantes Magnetfeld $\vec{B} = (B_0, 0, 0)$ in der Platte folgende Abhängigkeit besitzt:

$$\vec{B}(z) = \begin{pmatrix} B_x(z) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ mit } B_x(z) = B_0 \frac{\cosh\left(\frac{z}{\Lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{\delta}{2\Lambda_L}\right)}.$$

Hinweis: Benutzen Sie als Ansatz zum Lösen der London-Gleichungen eine Linearkombination von Exponential-Funktionen und beachten Sie, dass das Magnetfeld an den Grenzflächen stetig sein muss.

(3 Punkte)

36. Zweistrom-Modell

Im Zweistrommodell wird im supraleitenden Zustand ($T < T_{\text{crit}}$) die Gesamtstromdichte \vec{j} als Summe aus einem Beitrag \vec{j}_n der normal leitenden und \vec{j}_s der supraleitenden Elektronen beschrieben: $\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_s$. In einem elektrisches Feld \vec{E} gilt dann $\vec{j}_n = \sigma_0 \vec{E}$, wobei σ_0 die gewöhnliche Leitfähigkeit bezogen auf die Dichte der normal leitenden Elektronen ist. Für \vec{j}_s gelten hingegen die London-Gleichungen.

Zeigen Sie mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen, dass im Rahmen dieses Modells die Dispersionsrelation $\omega(k)$ für eine ebene harmonische Welle im Supraleiter gegeben ist durch

$$k^2 c^2 = \omega^2 + i \omega \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{c^2}{\Lambda_L^2},$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit und Λ_L die London-Eindringtiefe ist. Vernachlässigen Sie im Supraleiter Abschirmeffekte durch Dipolladungen (d.h. setzen Sie die Dielektrizitätskonstante $\epsilon = 1$); der Supraleiter sei zudem ungeladen (d.h. Ladungsdichte $\rho = 0$).

Hinweis: Unter den oben gemachten Voraussetzungen gilt $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\Delta \vec{E} = -\vec{\nabla}^2 \vec{E}$ und $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\Delta \vec{B} = -\vec{\nabla}^2 \vec{B}$.

(3 Punkte)