Zusammenfassung vom 22.10.2010

de Haas-van Alphen-Effekt *(dHvA-Effekt)*:

- ➔ *Beobachtung charakteristischer Oszillationen in der Magnetisierung bzw. magnetischen Suszeptibilität von Metallen als Funktion des äußeren Magnetfeldes* B_0
- ➔ *Oszillationen sind periodisch in Abhängigkeit von* $1/B_0$
- ➔ *ähnliche Oszillationen prop. zu* $1/B_0$ *werden später auch im elektr. Widerstand, in der Wärmekapazität und in vielen anderen physikalischen Größen gefunden*
- ➔ *halbklassische Betrachtung nach Onsager und Lifshitz*

Quantisierung der Elektronenorbitale:

$$\oint \vec{p} \cdot d\vec{r} = (n + \gamma)\, 2\pi\hbar$$

γ = Phasenkorrektur ($\gamma \cong$ ½ für Elektronen)
$n \in \mathbb{N}_0$

➔ *Bohr-Sommerfeld-Ansatz*

Impulsoperator *(mit Magnetfeld)*

$$\vec{p} = \vec{p}_{kin} + \vec{p}_{feld} \qquad \vec{p}_{kin} = m\vec{v} = \hbar\vec{k} \qquad \vec{p}_{feld} = q\vec{A}_{mag}$$

m = Elektronenmasse
$\vec{k}$ = Wellenvektor

$$\vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}_{mag}$$

$\vec{A}_{mag}$ = Vektorpotential

Bewegungsgleichung

$$\hbar \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = q\, \vec{v} \times \vec{B}_0 = q\, \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \times \vec{B}_0 \qquad \text{(Lorentz-Kraft)}$$

➔ $$\hbar\vec{k} = q\, \vec{r} \times \vec{B}_0$$

$\vec{r}$ = Bahnvektor **$\vec{B}_0$ = const = Magnetfeld**

Zusammenfassung vom 22.10.2010

Flussquantum:

$$\phi_0 = \frac{\pi\hbar}{e} = \frac{h}{2e}$$

ϕ_0 = 2.0678·10^-7^ Tm² → $\phi_0 = 2.0678\cdot 10^{-7}\ \mathrm{Tm}^2$

Flussquantisierung in den Elektronenorbitalen:

$$\oint \hbar\vec{k}\cdot d\vec{r} = -2q\,\vec{B}_0\cdot\vec{F}_{orbit} = -2q\,\phi$$

ϕ = magnetischer Fluss

$$\oint q\vec{A}\cdot d\vec{r} = q\,\phi$$

$\vec{F}_{orbit}$ = Flächenvektor des Orbitals

➔ $$\oint \vec{p}\cdot d\vec{r} = -q\,\phi_n = (n+\gamma)\,2\pi\hbar \qquad n \in \mathbb{N}_0$$

➔ *Fluss durch Elektronenorbitale ist quantisiert*

Quantisierung der Elektronenorbitale im Realraum:

$$\phi_n = \vec{B}_0\cdot\vec{F}_{orbit,n}$$

➔ $$F_{orbit,n} = \frac{\phi_n}{B_0} = 2(n+\gamma)\frac{\phi_0}{B_0} = (n+\gamma)\frac{2\pi\hbar}{e\,B_0} \qquad n \in \mathbb{N}_0$$

➔ *Flächen der Elektronenorbitale sind quantisiert*

Quantisierung der Elektronenorbitale im reziproken Raum:

$$\hbar\vec{k} = q\vec{r}\times\vec{B}_0 \;\;➔\;\; \Delta r = \frac{\hbar}{eB_0}\Delta k \;\;➔\;\; S_n = \left(\frac{eB_0}{\hbar}\right)^2 F_{orbit,n}$$

S_n = Fläche im reziproken Raum

➔ $$S_n = (n+\gamma)\frac{2\pi e}{\hbar}B_0 = (n+\gamma)\frac{2\pi^2}{\phi_0}B_0 \qquad n \in \mathbb{N}_0$$

➔ *Flächen der Elektronenorbitale im reziproken Raum sind quantisiert*

Zusammenfassung vom 22.10.2010

Magnetfelddifferenz für gleiche Orbitalfläche

$$\Delta\left(\frac{1}{B_0}\right) = \left(\frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n}\right) = \frac{2\pi e}{\hbar S}$$

S = extremale Orbitalfläche im reziproken Raum

B_i = Magnetfeld, das Orbitalfläche S_i = S erzeugt

➔ ***für konstante reziproke Magnetfelddifferenzen ergeben sich gleich große Elektronenorbitale im reziproken Raum***

➔ ***für extremale Elektronenorbitale ergibt sich daraus ein periodisches Verhalten als Funktion von $1/B_0$, da oszillierend in $1/B_0$ immer wieder das gleiche extremale Elektronenorbital erreicht wird***

Voraussetzung für das Auftreten des dHvA-Effekts:

➔ ***hohe Magnetfelder ergeben gute Separation der Orbitale S_n***

➔ ***tiefe Temperaturen ergeben große freie Weglänge der Elektronen und verhindern thermische Verschmierung der Oszillationen durch benachbarte Orbitale***

➔ ***reine Kristalle ergeben große freie Weglänge der Elektronen***

Zusammenfassung vom 22.10.2010

Landau-Quantisierung $\Delta S = S_{n+1} - S_{n+1} = \frac{2\pi e}{\hbar} B_0 = \text{const}$

Landau-Röhren ➔ *durch Einschalten des Magnetfeldes kondensieren die quasikontinuierlich verteilten k-Zustände auf diskrete Kreise (Landau-Kreise) in einer Ebene senkrecht zu B_0, sodass sich im Raum konzentrische Röhren ausbilden*

Landau-Niveaus ➔ *energetisch bedeutet das eine Kondensation der k-Zustände auf diskrete, entartete Energie-Niveaus*

Anzahl k-Zustände pro Landau-Kreis:

$$D = \frac{\Delta S}{\delta k^2} = \frac{e L^2}{2\pi\hbar} B_0 = \rho B_0$$

$$\delta k^2 = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2$$

δk^2 = Fläche eines Zustandes im reziproken Raum

$$\rho = \frac{e L^2}{2\pi\hbar}$$

ΔS = Fläche zwischen zwei Kreisen

➔ *D ist die Anzahl der Zustände im reziproken Raum, die auf einen Landau-Kreis kondensieren*

➔ *als Folge der Landau-Quantisierung oszilliert die Gesamtenergie als Funktion von B*