Zusammenfassung vom 19.11.2010

Magnetfeld $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ ***B_0 = äußeres Magnetfeld***
H = magnetische Feldstärke (Hilfsgröße)

Magnetisierung $\vec{M} = \frac{1}{V}\sum_i \vec{m}_i$ ➔ $\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}$ ***$\vec{B}$ = Magnetfeld in Materie***

magnetische Suszeptibilität $\chi = \mu_0 \frac{\partial M}{\partial B_0}$ $\chi_{\mu\nu} = \mu_0 \frac{\partial M_\mu}{\partial B_{0\,\nu}}$ ***im Allgemeinen Tensor 2. Stufe***

diamagnetisch $\chi < 0, \quad \chi \neq \chi(B_0, T)$ ➔ $\vec{M} = \chi \frac{1}{\mu_0} \vec{B}_0$ ***häufig linearer Zusammenhang***

paramagnetisch $\chi > 0, \quad \chi \neq \chi(B_0)$

Vektorpotential $\vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ ➔ $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{B}_0$ ***$\vec{B}_0$ = konstant***

magn. Bahnmoment
(klassisch: Kreisstrom)

$\vec{m}_l = -\mu_B \vec{L}$ $\quad \hbar \vec{L} = \hbar \sum_i \vec{l}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$ ***Bahndrehimpuls der Elektronen***

$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ $= 5.788 \cdot 10^{-5}\, eV\, T^{-1}$ ***Bohrsches Magneton***

magn. Spinmoment $\vec{m}_s = -\mu_B g_0 \vec{S}$ $\quad \vec{S} = \sum_i \vec{s}_i$ ***Spin der Elektronen***

elektronischer g-Faktor $g_0 = 2\left[1 + \frac{\alpha}{2\pi} + O(\alpha^2)\right] = 2.0023 \cong 2$ $\quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \cong \frac{1}{137}$

Feinstrukturkonstante

Zusammenfassung vom 19.11.2010

Gesamtdrehmoment $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

Feldimpuls $\vec{p}_i \to \vec{p}_i + e\vec{A}(\vec{r}_i) = \vec{p}_i - \frac{e}{2}\vec{r}_i \times \vec{B}_0$

Hamiltonoperator im äußeren Magnetfeld (*ohne Spin*)

$$H = \frac{1}{2m}\sum_i \left[\vec{p}_i^{\,2} + e\vec{A}(\vec{r}_i)\right]^2$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{1}{2m}\vec{p}^{\,2} + \mu_B \vec{L}\cdot\vec{B}_0 + \frac{e^2}{8m}B_0^2\sum_i\left(x_i^2 + y_i^2\right) \qquad \vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$$

Hamiltonoperator mit Spin $H_s = -\vec{m}_s \cdot \vec{B}_0 = \mu_B g_0 \vec{S}\cdot\vec{B}_0$

$$\Rightarrow \quad H = H_0 + H_{int} \qquad H_0 = \frac{1}{2m}\vec{p}^{\,2}$$

$$\Rightarrow \quad H_{int} = \mu_B\left(\vec{L} + g_0\vec{S}\right)\cdot\vec{B}_0 + \frac{e^2}{8m}B_0^2\sum_i\left(x_i^2 + y_i^2\right)$$

Störungstheorie (*1. und 2. Ordnung*)

$$\Delta E_n = \langle n|H_{int}|n\rangle + \sum_{n'\neq n}\frac{\left|\langle n|H_{int}|n'\rangle\right|^2}{E_n - E_{n'}}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta E_n = \mu_B\vec{B}_0\cdot\langle n|\vec{L} + g_0\vec{S}|n\rangle + \sum_{n'\neq n}\frac{\left|\langle n|\mu_B\vec{B}_0\cdot\left(\vec{L} + g_0\vec{S}\right)|n'\rangle\right|^2}{E_n - E_{n'}} + \frac{e^2}{8m}B_0^2\langle n|\sum_i\left(x_i^2 + y_i^2\right)|n\rangle$$

Langevin Paramagnetismus — *Van-Vleck-Paramagnetismus* — *Langevin Diamagnetismus*

Langevin Diamagnetismus
(*für Ionen mit vollen Schalen*)

$$\Delta E = \frac{e^2}{8m} B_0^2 \langle 0 | \sum_i \left(x_i^2 + y_i^2 \right) | 0 \rangle$$

J=S=L=0
(volle Schale)

$$\rightarrow \quad \Delta E = \frac{e^2}{12m} B_0^2 \langle 0 | \sum_i r_i^2 | 0 \rangle \qquad \langle n | x_i^2 | n \rangle = \langle n | y_i^2 | n \rangle = \tfrac{1}{3} \langle n | r_i^2 | n \rangle$$

Zusammenhang zwischen Suszeptibilität und Energie

$$\Delta E = -\int_0^{B_0} \vec{M} \cdot d\vec{B}_0' \quad \rightarrow \quad M(B_0) = -\frac{\partial(\Delta E)}{\partial B_0}$$

$$\rightarrow \quad \chi = \mu_0 \frac{\partial M(B_0)}{\partial B_0} = -\mu_0 \frac{\partial^2 (\Delta E)}{\partial B_0^2}$$

diamagnetische Suszeptibilität

$$\chi_{dia} = -\frac{\mu_0 e^2}{6m} \frac{N}{V} \langle 0 | \sum_i r_i^2 | 0 \rangle < 0$$

Langevin Diamagnetismus

$$\chi_{dia} = -\frac{\mu_0 Z e^2}{6m} \frac{N}{V} \langle r^2 \rangle \qquad \langle r^2 \rangle = \frac{1}{Z} \sum_i r_i^2$$

Z = *Anzahl Elektronen*

N = *Anzahl Atome in V*

V = *Volumen*

Bemerkung: der Diamagnetismus ist immer vorhanden