Zusammenfassung vom 30.11.2010

Ursachen *(Fortsetzung)*

➔ ***L_z ist keine Erhaltungsgröße mehr und darum zeitlich nicht mehr konstant:***

$$[H, L_z] \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{i}{\hbar}[H, L_z] = \frac{dL_z}{dt} \neq 0$$

➔ $\langle L_z \rangle_t = 0$ ***zeitliches Mittel verschwindet aber*** $\langle L^2 \rangle_t \neq 0$

➔ $\langle J_z \rangle_t = g_0 \langle S_z \rangle_t$

➔ $p = g(J, L = 0, S)\sqrt{S(S+1)}$

Pauli-Paramagnetismus

➔ ***Elektronen in Metallen besitzen ein magnetisches Moment $\mu = 1\ \mu_B$, da sie einen Spin ±½ tragen***

➔ ***naive Überlegung führt zu eine Temperaturabhängigkeit wie beim Curie-Gesetz***

➔ ***Experiment zeigt jedoch einen temperaturunabhängigen Beitrag der freien Elektronen in (nicht magnetisch ordnenden) Metallen***

Zusammenfassung vom 30.11.2010

Erklärung

➔ *nur der Bruchteil T/T_F der Elektronen mit einer Energie $\Delta E \cong kT$ kann seinen Spin umorientieren (wegen Pauli-Prinzip)*

➔ **jedes Elektron spürt gleich große Zeeman-Aufspaltung $\Delta E = \pm\mu_B B_0$**

➔ **Verschiebung der Zustandsdichten für Spin ±½ als Ganzes um $\pm\mu_B B_0$**

Elektronendichte
($B_0 \neq 0$, $T = 0$)

$$n_\pm = \frac{1}{2}\int_{\pm\mu_B B_0}^{E_F} dE\, D(E \mp \mu_B B_0) \quad \textit{mit} \quad D(E) = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{E} = \frac{3n}{2E}$$

$n_\pm$ = $N_\pm/V$ = *Dichte der Elektronen mit Spin ±½*

D(E) = *Zustandsdichte der Elektronen*

➔ $$n_\pm = \frac{1}{2}\int_0^{E_F \mp \mu_B B_0} dE'\, D(E') = \frac{1}{2}\int_0^{E_F} dE'\, D(E') + \frac{1}{2}\int_{E_F}^{E_F \mp \mu_B B_0} dE'\, D(E') \qquad E' = E \mp \mu_B B_0$$

mit $$\int_E^{E \mp \mu_B B_0} dE'\, D(E') = F_D(E \mp \mu_B B_0) - F_D(E) \cong \mp\,\mu_B B_0 \frac{dF_D(E)}{dE} = \mp\,\mu_B B_0\, D(E)$$

wobei $F_D(E) = \int dE\, D(E)$ *und* $\mu_B B_0 << E \cong E_F$

➔ $$n_\pm \cong \frac{1}{2}\int_0^{E_F} dE'\, D(E') \mp \frac{1}{2}\mu_B B_0 D(E_F)$$

Magnetisierung
($B_0 \neq 0$, $T = 0$)

$$M = -(n_+ - n_-)\mu_B = \mu_B^2 B_0 D(E_F)$$

Zusammenfassung vom 30.11.2010

Elektronendichte
($B_0 \neq 0$, $T \neq 0$)

$$n_\pm = \frac{1}{2}\int_{\pm\mu_B B_0}^{\infty} dE'\, D(E' \mp \mu_B B_0)\, f(E')$$

D(E) = ***Zustandsdichte der Elektronen***

$n_\pm$ = $N_\pm/V$ = ***Dichte der Elektronen mit Spin ±½***

mit $E = E' \mp \mu_B B_0$

$$\rightarrow \quad n_\pm = \frac{1}{2}\int_0^\infty dE\, D(E)\, f(E \pm \mu_B B_0)$$

mit $f(E \pm \mu_B B_0) \cong f(E) \pm \mu_B B_0 \dfrac{df(E)}{dE}$ ***und*** $\dfrac{df(E)}{dE} \cong -\delta(E - E_F)$

$$\rightarrow \quad n_\pm = \frac{1}{2}\int_0^\infty dE\, D(E)\, f(E) \mp \frac{1}{2}\mu_B B_0 \int_0^\infty dE\, D(E)\, \delta(E - E_F)$$

$$\rightarrow \quad n_\pm = \frac{1}{2}\int_0^\infty dE\, D(E)\, f(E) \mp \frac{1}{2}\mu_B B_0 D(E_F)$$

Pauli-Spinmagnetisierung

$$M = -(n_+ - n_-)\mu_B = \mu_B^2 B_0 D(E_F) = \frac{3n\mu_B^2}{2E_F} B_0$$

Pauli-Suszeptibilität

$$\chi_{\mathrm{Pauli}} = \mu_0 \frac{dM}{dB_0} = \mu_0 \mu_B^2 D(E_F) = \frac{3n\mu_0\mu_B^2}{2E_F}$$

Landau-Diamagnetismus

$$\chi_{\mathrm{Landau}} = -\frac{1}{3}\chi_{\mathrm{Pauli}}$$

Paramagnetismus der freien Elektronen

$$\rightarrow \quad \chi_{\mathrm{freie\,El}} = \frac{2}{3}\chi_{\mathrm{Pauli}} = \frac{2}{3}\mu_0\mu_B^2 D(E_F) = \frac{n\mu_0\mu_B^2}{E_F}$$

Zusammenfassung vom 30.11.2010

Ferromagnetismus

kritische Temperatur: Curie-Temperatur T_C

- ➔ $T > T_C$: *paramagnetisch,* $T < T_C$: *ferromagnetisch*
- ➔ *alle magnetischen Momente besitzen eine Komponente in der gleichen Richtung*
- ➔ *es existiert spontane makroskopische Magnetisierung (auch ohne äußeres Feld)*