Zusammenfassung vom 22.11.2011

Vektorpotential $\vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ ➔ $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{B}_0$ $\vec{B}_0$ *= konstant*

magn. Bahnmoment
(klassisch: Kreisstrom)

$$\vec{\mu}_l = -\mu_B \vec{L} \qquad \hbar\vec{L} = \hbar \sum_i \vec{l}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$$

Bahndrehimpuls der Elektronen

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 5.788 \cdot 10^{-5}\ eV\,T^{-1}$$

Bohrsches Magneton

magn. Spinmoment

$$\vec{\mu}_s = -\mu_B g_0 \vec{S} \qquad \vec{S} = \sum_i \vec{s}_i$$

Spin der Elektronen

elektronischer g-Faktor

$$g_0 = 2\left[1 + \frac{\alpha}{2\pi} + O\left(\alpha^2\right)\right] = 2.0023 \cong 2 \qquad \alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \cong \frac{1}{137}$$

Feinstrukturkonstante

Gesamtdrehmoment

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

gesamtes magnetisches Moment ➔

$$\vec{\mu} = -\mu_B \vec{J} = -\mu_B\left(\vec{L} + g_0 \vec{S}\right)$$

Zusammenfassung vom 22.11.2011

Feldimpuls

$$\vec{p}_i \rightarrow \vec{p}_i + e\vec{A}(\vec{r}_i) = \vec{p}_i - \frac{e}{2}\vec{r}_i \times \vec{B}_0$$

Hamiltonoperator im äußeren Magnetfeld (*ohne Spin*)

$$H' = \frac{1}{2m}\sum_i \left[\vec{p}_i^{\,2} + e\vec{A}(\vec{r}_i)\right]^2$$

$$\Rightarrow H' = \frac{1}{2m}\sum_i \vec{p}_i^{\,2} + \mu_B \vec{L}\cdot\vec{B}_0 + \frac{e^2}{8m}B_0^2\sum_i\left(x_i^2 + y_i^2\right) \qquad \vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$$

Zeeman-Wechselwirkung

$$H_s = -\vec{m}_s\cdot\vec{B}_0 = \mu_B g_0 \vec{S}\cdot\vec{B}_0$$

$$\Rightarrow H = H' + H_s = H_0 + H_{int} \qquad H_0 = \frac{1}{2m}\sum_i \vec{p}_i^{\,2}$$

H_0: *Operator des ungestörten Systems*

Hamiltonoperator im äußeren Magnetfeld (*mit Spin*)

$$\Rightarrow H_{int} = \mu_B\left(\vec{L} + g_0\vec{S}\right)\cdot\vec{B}_0 + \frac{e^2}{8m}B_0^2\sum_i\left(x_i^2 + y_i^2\right)$$

Störungstheorie (*1. und 2. Ordnung*)

$$\Delta E_n = \langle n|H_{int}|n\rangle + \sum_{n'\neq n}\frac{\left|\langle n|H_{int}|n'\rangle\right|^2}{E_n - E_{n'}}$$

$$\Rightarrow \Delta E_n = \mu_B\vec{B}_0\cdot\langle n|\vec{L} + g_0\vec{S}|n\rangle + \sum_{n'\neq n}\frac{\left|\langle n|\mu_B\vec{B}_0\cdot\left(\vec{L} + g_0\vec{S}\right)|n'\rangle\right|^2}{E_n - E_{n'}} + \frac{e^2}{8m}B_0^2\langle n|\sum_i\left(x_i^2 + y_i^2\right)|n\rangle$$

Langevin Paramagnetismus — *Van-Vleck-Paramagnetismus* — *Langevin Diamagnetismus*

Zusammenfassung vom 22.11.2011

Langevin Diamagnetismus (*für Ionen mit vollen Schalen*)

$$\Delta E = \frac{e^2}{8m} B_0^2 \langle 0 | \sum_i \left(x_i^2 + y_i^2 \right) | 0 \rangle$$

J=S=L=0 (volle Schale)

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{e^2}{12m} B_0^2 \langle 0 | \sum_i r_i^2 | 0 \rangle \qquad \langle n | x_i^2 | n \rangle = \langle n | y_i^2 | n \rangle = \tfrac{1}{3} \langle n | r_i^2 | n \rangle$$

Zusammenhang zwischen Suszeptibilität und Energie

$$\Delta E = -V \int_0^{B_0} \vec{M} \cdot d\vec{B}_0' \quad \Rightarrow \quad M(B_0) = -\frac{1}{V} \frac{\partial (\Delta E)}{\partial B_0}$$

$$\Rightarrow \chi = \mu_0 \frac{\partial M(B_0)}{\partial B_0} = -\mu_0 \frac{1}{V} \frac{\partial^2 (\Delta E)}{\partial B_0^2}$$

diamagnetische Suszeptibilität

$$\chi_{dia} = -\frac{\mu_0 e^2}{6m} \frac{N}{V} \langle 0 | \sum_i r_i^2 | 0 \rangle < 0$$

Langevin Diamagnetismus

$$\chi_{dia} = -\frac{\mu_0 Z e^2}{6m} \frac{N}{V} \langle r^2 \rangle \qquad \langle r^2 \rangle = \frac{1}{Z} \sum_i r_i^2$$

Z = *Anzahl Elektronen*

N = *Anzahl Atome in V*

V = *Volumen*

Bemerkung: der Diamagnetismus ist immer vorhanden