1. Übung (Abgabe Di. 1. November 2011 zu Beginn der Vorlesung oder spätestens bis 16:00 im Briefkasten im Sekretariat bei Frau Badow)

---

1. Wigner-Seitz-Zelle

Zeichnen Sie jeweils die Wigner-Seitz-Zelle für die fünf zweidimensionalen Bravais-Gitter.

(4 Punkte)

2. Brillouin-Zonen in 2-D

Bestimmen und zeichnen Sie die ersten vier Brillouin-Zonen im zweidimensionalen hexagonalen Gitter. Zeigen Sie, wie sich diese auf die 1. Brillouin-Zone (B.Z.) abbilden lassen, indem Sie die entsprechenden Teilstücke in der 1. B.Z. einzeichnen.

(4 Punkte)

3. Fermi-Flächen in 2-D

Es sei ein zweidimensionales Rechteckgitter mit Gitterkonstanten a und $b = 2a$ gegeben.

(a) Zeichnen Sie die ersten vier Brillouin-Zonen.

(b) Zeichnen Sie die Fermi-Flächen im periodischen Zonenschema für den Fall, dass der Fermi-Wellenvektor in [1 1]-Richtung gerade bis zum Rand der ersten Brillouin-Zone geht.

(4 Punkte)

4. Landau-Niveaus

Im statischen Magnetfeld spaltet die Energie $E(k)$ der freien Elektronen in diskrete, äquidistante Parabeln auf: die Landau-Niveaus. Um dieses Verhalten zu verstehen, betrachten wir das Vektorpotential eines homogenen Magnetfelds: $\vec{A} = -B_0 y \vec{e}_x$, wobei $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. Der Hamilton-operator eines freien Elektrons ohne Spin lautet dann: $H = \left[\vec{p} + e\vec{A}\right]^2 / (2m)$. Die Eigenfunktion soll die folgende Form haben: $\psi = \chi(y)\, e^{i(k_x x + k_z z)}$, d.h. die Elektronen werden in der x-z-Ebene nach wie vor mit einer freien Materiewelle beschrieben.

(a) Zeigen Sie, dass $\chi(y)$ der folgenden Differentialgleichung genügt:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\chi}{dy^2} + \left[E - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} - \frac{1}{2} m\omega_c^2 (y - y_0)^2\right]\chi = 0, \quad y_0 = \frac{\hbar k_x}{eB_0}, \quad \omega_c = \frac{eB_0}{m}$$

(b) Zeigen Sie, dass dies der Differentialgleichung des harmonischen Oszillators entspricht mit Eigenwerten $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_c + \hbar^2 k_z^2 / (2m)$. Dies beschreibt eine Aufspaltung der Energie in äquidistante Parabeln entlang der z-Achse.

<u>Hinweis:</u> Für Aufgabe (b) genügt es zu zeigen, dass die Differentialgleichung in (a) der Schrödinger-Gleichung eines harmonischen Oszillators entspricht.

(4 Punkte)