Zusammenfassung vom 14.06.2010

VIII Wechselstrom und Wechselstromwiderstand

sinusförmige Wechselspannung:

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t + \delta)$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

U_0 = Maximalwert (Scheitelwert)

δ = Phase

ω = Kreisfrequenz

T = Periode

***Bem.:** Jede periodische Funktion kann als (∞-lange)Reihe von harmonischen Funktionen dargestellt werden.*

Effektivwerte: $U_{eff} = \sqrt{\langle U^2(t)\rangle_t} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U^2(t)dt}$ $\qquad I_{eff} = \sqrt{\langle I^2(t)\rangle_t} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I^2(t)dt}$

bei sinusförmiger Zeitabhängigkeit: $U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_0$ *effektive Spannung* $\qquad I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0$ *effektiver Strom*

***Bem.:** Mit den Effektivwerten gelten für die zeitlich gemittelten Werte die gleichen Formeln wie im Gleichstromfall.*

Wechselstromwiderstand R: $U_{eff} = R\, I_{eff}$ *Ohm‘sches Gesetz (wie im Gleichstromfall)*

Verlustleistung: $\langle P(t)\rangle_t = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt = R\, I_{eff}^2 = U_{eff} I_{eff}$

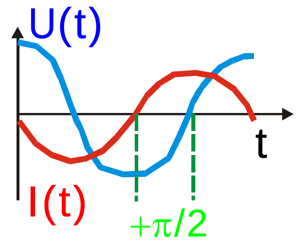
Zusammenfassung vom 14.06.2010

kapazitiver Wechsel-stromwiderstand:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow U_{eff} = X_C \, I_{eff}$$

$$I(t) = I_0 \cos\left(\omega t + \delta + \frac{\pi}{2}\right) \qquad I_0 = \frac{U_0}{X_C}$$

$$X_C \to \infty, \text{ für } \omega \to 0 \qquad X_C \to 0, \text{ für } \omega \to \infty$$



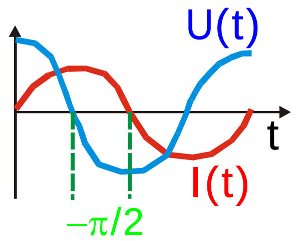
Strom eilt Spannung voraus

Induktiver Wechsel-stromwiderstand:

$$X_L = \omega L \rightarrow U_{eff} = X_L \, I_{eff}$$

$$I(t) = I_0 \cos\left(\omega t + \delta - \frac{\pi}{2}\right) \qquad I_0 = \frac{U_0}{X_L}$$

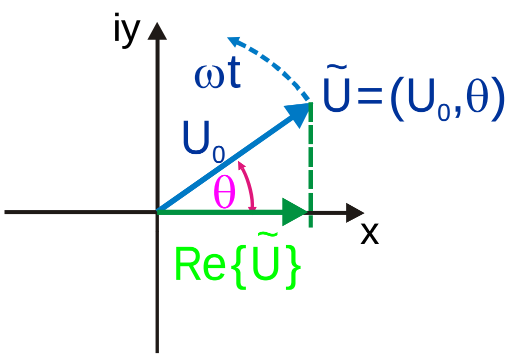
$$X_L \to 0, \text{ für } \omega \to 0 \qquad X_L \to \infty, \text{ für } \omega \to \infty$$



Strom hinkt Spannung hinterher

*X_C und X_L sind **Blindwiderstände**, d.h. es wird keine Verlustleistung erzeugt → $\langle P(t)\rangle_t = 0$*

Zeigerdiagramm:



$$U(t) = U_0 \cos(\omega t + \delta)$$ *sinusförmige Spannung*

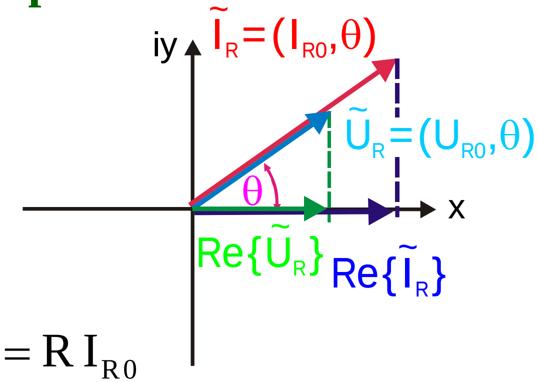
$$\tilde{U}(t) = (U_0, \theta(t))$$ *Spannung als komplexe Zahl*

$$|\tilde{U}(t)| = U_0$$ *Länge = Scheitelwert*

$$\theta(t) = \omega t + \delta$$ *Winkel = zeitabhängige Phase*

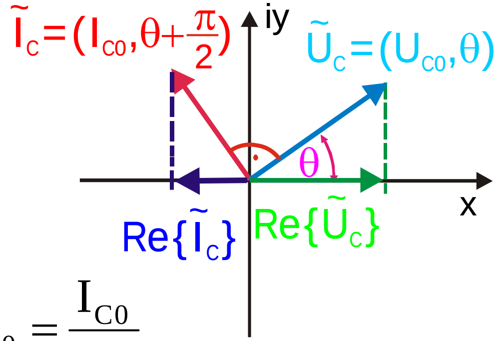
$$\mathrm{Re}\{\tilde{U}(t)\} = U_0 \cos(\omega t + \delta)$$ *Realteil = Momentanwert*

Beispiele:



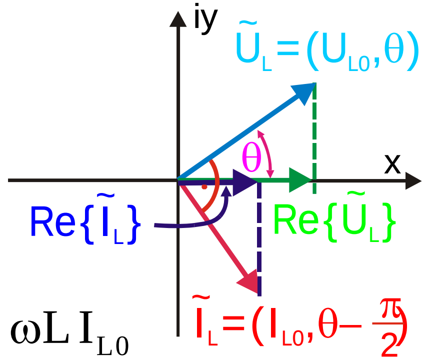
$$U_{R0} = R\, I_{R0}$$

Ohm'scher Wechsel-stromwiderstand R



$$U_{C0} = \frac{I_{C0}}{\omega C}$$

kapazitiver Wechsel-stromwiderstand C



$$U_{L0} = \omega L\, I_{L0}$$

induktiver Wechsel-stromwiderstand L

äquivalente komplexe Darstellung: $\tilde{U}(t) = U_0 e^{i(\omega t + \delta)} = U_0[\cos(\omega t + \delta) + i \sin(\omega t + \delta)]$

Impedanz Z: $Z = R + iX$ ➜ $\tilde{U}(t) = Z\,\tilde{I}(t)$

= komplexer Widerstand

R = Ohm'scher Widerstand = Resistanz

X = Blindwiderstand = Reaktanz

*Ohm'scher Widerstand **R***

$$Z_R = R$$

*kapazitiver Widerstand **C***

$$Z_C = -i\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{i\omega C}$$

*induktiver Widerstand **L***

$$Z_L = i\omega L$$

Verständnisfragen:

Beim Ohm'schen Widerstand ist der Strom in Phase mit der Spannung, beim kapazitiven oder induktiven um $\pm 90°$ verschoben. Kann der Strom auch um einen beliebigen Winkel $-90° < \alpha < 90°$ gegenüber der Spannung verschoben sein?

Darf man, um die Momentanleistung P(t) zu erhalten, einfach den Realteil des Produkts aus der komplexen Spannung mit dem komplexen Strom nehmen? Oder muss man mit dem Produkt aus den beiden Realteilen von Spannung und Strom arbeiten?