Zusammenfassung vom 14.07.2010

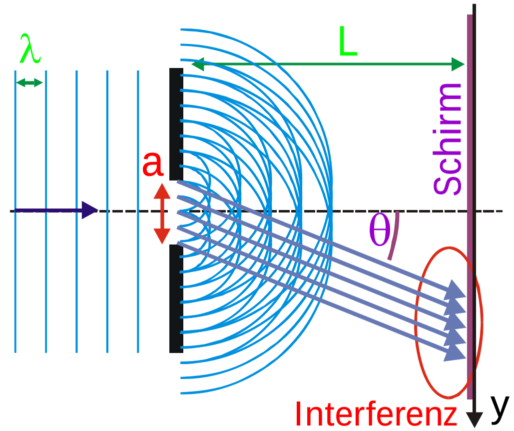
XI Beugung am endlich breiten Spalt

Voraussetzungen: *jeder Punkt im Spalt erzeugt eine Huygens'sche Elementarwelle*

Spaltbreite **a** *sehr klein* ($a \geq \lambda$)

Spaltlänge ***b*** *sehr groß* ($b >> a$)

Abstand Schirm $L \to \infty$ ➜ $r \cong L$

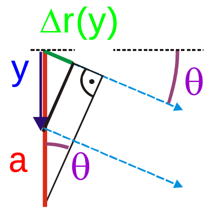


Partialwellen:

$$d\vec{\Phi}(y') = \mathrm{Re}\left\{ \frac{1}{a} \frac{\vec{E}_0}{r} e^{i[kr - \omega t + \delta(y')]} dy' \right\}$$

Phasendifferenz:

$$\delta(y') = k\,\Delta r \cong \frac{2\pi}{\lambda} y' \sin\theta$$



Gesamtamplitude: ***(r ≅ L)***

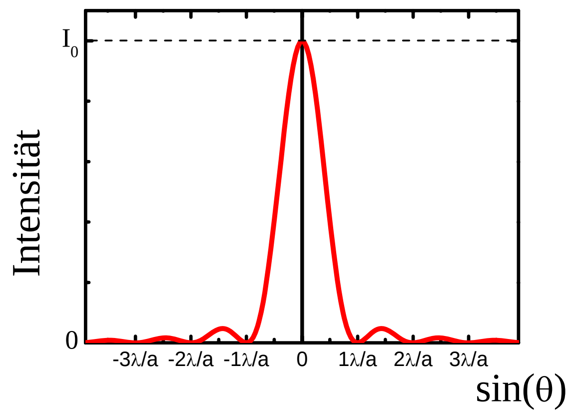
$$\vec{\Phi}(\sin\theta) = \mathrm{Re}\left\{ \frac{\vec{E}_0}{a\,L} \int_{-a/2}^{+a/2} e^{i[kL - \omega t + \delta(y')]} dy' \right\} = \mathrm{Re}\left\{ \frac{\vec{E}_0}{a\,L} e^{i(kL - \omega t)} \int_{-a/2}^{+a/2} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta\, y'} dy' \right\}$$

$$➜ \vec{\Phi}(\sin\theta) = \mathrm{Re}\left\{ \frac{\vec{E}_0}{a\,L} \frac{e^{i(kL - \omega t)}}{i\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta} \left(e^{i\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta} - e^{-i\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta} \right) \right\} = \frac{\vec{E}_0}{L} \cos(kL - \omega t) \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta}$$

Intensität: $$\bar{I}(\theta) = \left\langle \varepsilon_0\, c\, \vec{\Phi}^2 \right\rangle_t = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0\, c}{2 L^2} \vec{E}_0^2$$

I_0 = Intensität der Welle ohne Spalt im Abstand L

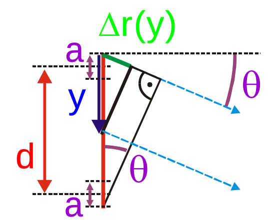


XI Beugung am endlich breiten Doppelspalt

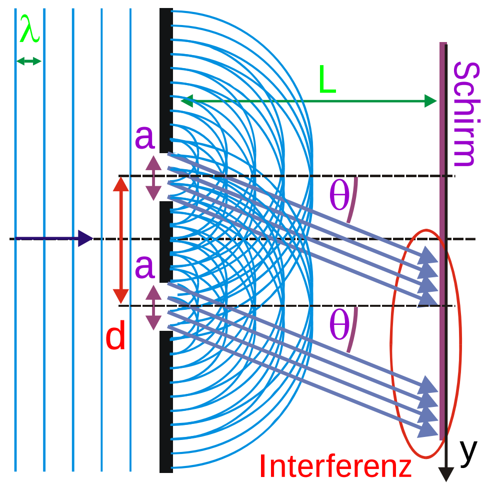
Problem im Prinzip gleich wie Beugung am endlich breiten Spalt, nur dass jetzt in beiden Spalten Huygens'sche Elementarwellen erzeugt werden.

➜ ***gleicher Ansatz für Partialwellen dϕ und für Phasen-differenz δ(y'), aber Integration über beide Spalte***

Phasendifferenz: $$\delta(y') = k\,\Delta r \cong \frac{2\pi}{\lambda} y' \sin\theta$$



Gesamtamplitude: $$\vec{\Phi}(\sin\theta) = \mathrm{Re}\left\{ \frac{\vec{E}_0}{a\,L} \int_{\text{Spalte}} e^{i(kL - \omega t + \delta(y'))} dy' \right\}$$

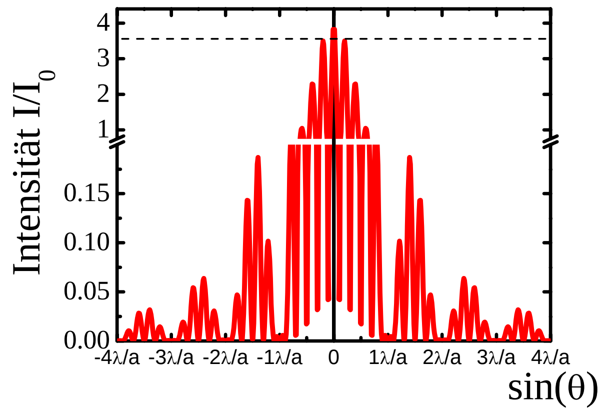


Zusammenfassung vom 14.07.2010

$$\rightarrow \quad \vec{\Phi}(\sin\theta) = \frac{\vec{E}_0}{a\,L}\,\frac{e^{i(kL-\omega t)}}{\frac{i2\pi}{\lambda}\sin\theta}\left[\left(e^{i\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta}+e^{-i\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta}\right)\left(e^{i\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta}-e^{-i\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta}\right)\right]$$

$$= \frac{2\vec{E}_0}{L}\,e^{i(kL-\omega t)}\cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta}$$

Intensität: $$\bar{I}(\theta) = 4I_0\underbrace{\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}\underbrace{\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}}$$



Intensität der Interferenz am Doppelspalt

Intensität der Beugung am Einzelspalt

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0\,c}{2\,L^2}\vec{E}_0^{\,2}$$

***I_0* = Intensität der Welle ohne Doppelspalt im Abstand L**