Formelsammlung zur Klausur Experimentelle Physik I, Wintersemester 2006/07

Naturkonstanten:
Vakuumlichtgeschwindigkeit $c \approx 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Gravitationskonstante $G \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$
Avogadro-Zahl $N_A \approx 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\mathrm{mol}}$
Boltzmann-Konstante $k_B \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
Gaskonstante $R \approx 8{,}314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{molK}}$
Erdbeschleunigung $g \approx 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
Erdmasse $M_E \approx 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
mittlerer Erdradius $r_E \approx 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m

Fehlerrechnung:
Mittelwert, Standardabweichung: $<x> = \frac{1}{n} \sum_i x_i$ $\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i (x_i - <x>)^2$ $\sigma^2_{<x>} = \frac{1}{n} \sigma^2$ (Messwerte x_i; Anzahl von Messwerten n; Mittelwert $<x>$; Standardabweichung eines Einzelmesswerts σ; Standardabweichung des Mittelwerts $\sigma_{<x>}$)
Fehlerfortpflanzung: $\sigma_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2$ (Messwerte a, b; Ergebnis $F(a,b)$; Messunsicherheiten σ_a, σ_b)

Mechanik (geradlinige Bewegungen):

Dynamische Definition Masse: $m = \frac{p}{v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$
(Impuls p; Geschwindigkeit v; Vakuumlichtgeschwindigkeit c)

Hookesches Gesetz (Feder): $F \approx -Dx$
(Kraft F; Federkonstante D; Auslenkung aus Ruhelage x)

Kreisfrequenz bzw. Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$
(Frequenz ν; Umdrehungs- bzw. Schwingungsdauer T)

Gravitationsgesetz; Gravitationskraft: $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$; Gravitationspotential: $V = -\frac{Gm_1m_2}{r}$
(Gravitationskonstante G; Massen m_1, m_2; Abstand der Schwerpunkte r)

Reibungskraft (Gleit-, Haftreibung): $F_R \approx \mu_G F_N$ bzw. $F_R \approx \mu_H F_N$
(Gleitreibungs- bzw. Haftreibungskoeffizient μ_G bzw. μ_H; Auflagekraft F_N)

Stokessches Gesetz (Reibungskraft von Kugeln bei laminarer Strömung): $F_R \approx -6\pi\eta r v$
(Viskosität η; Radius der Kugel r; Geschwindigkeit v)

Impuls nach eindimensionalem elastischem Stoß zweier Teilchen:
$p_1' = p_1\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$ bzw. $p_2' = p_1\frac{2m_2}{m_1 + m_2}$
(vor Stoß Teilchen 1 mit m_1, p_1; Teilchen 2 mit m_2, $p_2 = 0$)

Mechanik (Schwingungen):

Gedämpfte Schwingung: $x(t) = e^{-\gamma \cdot t}(c_1 \cdot e^{\sqrt{\gamma^2-\omega_o^2}\cdot t} + c_2 \cdot e^{-\sqrt{\gamma^2-\omega_o^2}\cdot t})$
(Dämpfungskonstante γ; Kreisfrequenz des ungedämpften Systems ω_0; Amplituden c_1, c_2, zum Anpassen an Anfangsbedingungen)
Im Schwingfall ($\gamma < \omega_o$) gilt: $x(t) = A \cdot e^{-\gamma \cdot t} \cdot \cos(\omega' t + \varphi)$ mit $\omega' = \sqrt{\omega_o^2 - \gamma^2}$
(Amplitude A, Phase φ zum Anpassen an Anfangsbedingungen)

Erzwungene, gedämpfte Schwingung: $x(t) = A_1 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega' t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi)$
mit $\omega' = \sqrt{\omega_o^2 - \gamma^2}$
(Kreisfrequenz der Anregung ω; anregende Kraft $F_o \cdot \cos(\omega t)$; Dämpfungskonstante γ; Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems ω_0; Amplitude A_2; Phasenunterschied zwischen Schwingung und Anregung φ; Amplitude A_1, Phase φ_1 zum Anpassen an Anfangsbedingungen)

Für große Zeiten (außerhalb des Einschwingvorgangs) gilt: $A_2(\omega) = \frac{F_o/m}{\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$

und $\tan\varphi = -\frac{2\gamma\omega}{\omega_o^2 - \omega^2}$

Gekoppelte Schwingungen (Spezialfall zweier gekoppelter identischer Oszillatoren):
$x_1(t) = 2A \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$ und
$x_2(t) = -2A \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$
(Kreisfrequenzen der Normalschwingungen ω_1, ω_2; Amplitude A, Phasen φ_1, φ_2, zum Anpassen an Anfangsbedingungen)
Wenn Kraftkonstante der Kopplung D_k gleich der der einzelnen Oszillatoren D ist, gilt:
$\omega_1 = \sqrt{\frac{D}{m}}$ und $\omega_2 = \sqrt{\frac{3D}{m}}$
(Masse m der einzelnen Oszillatoren)

Mechanik (Drehbewegungen):

Definition Winkelgeschwindigkeit: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
(Winkelgeschwindigkeit ω; Bahngeschwindigkeit v; Abstand zum Koordinatenursprung r)

Definition Kraftmoment (Drehmoment): $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
(Abstand zum Koordinatenursprung r; Kraft F)

Definition Impulsmoment (Drehimpuls): $\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p}$ und $\vec{L} = \sum_i \vec{\ell}_i$
(Abstand zum Koordinatenursprung r, Impuls p von i-tem Teilchen)

Radialkraft: $F_{rad} = m\omega^2 R = m\dfrac{v^2}{R}$ bzw. $\vec{F}_{rad} = \vec{\omega} \times \vec{p}$
(Masse m; Bahngeschwindigkeit v; Winkelgeschwindigkeit ω; Abstand zur Drehachse R; Impuls p)

Drittes Keplersches Gesetz: $\dfrac{T^2}{R^3} = \text{const.}$
(Umlaufzeit T; große Halbachse der Ellipsenbahn R)

Trägheitsmomente:

allgemein:

Trägheitstensor $\hat{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_{xx} & -\theta_{xy} & -\theta_{xz} \\ -\theta_{yx} & \theta_{yy} & -\theta_{yz} \\ -\theta_{zx} & -\theta_{zy} & \theta_{zz} \end{pmatrix}$ mit

$$\theta_{xx} = \sum_i m_i(y_i^2 + z_i^2), \quad \theta_{yy} = \sum_i m_i(x_i^2 + z_i^2), \quad \theta_{zz} = \sum_i m_i(x_i^2 + y_i^2),$$
$$\theta_{xy} = \theta_{yx} = \sum_i m_i x_i y_i, \quad \theta_{xz} = \theta_{zx} = \sum_i m_i x_i z_i, \quad \theta_{yz} = \theta_{zy} = \sum_i m_i y_i z_i$$

(m_i Masse; $\vec{r}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$ Abstand des i-ten Teilchens zum Koordinatenursprung (Schwerpunkt))

Spezialfälle:

Hohlzylinder, Drehung um Zylinderlängsachse durch Schwerpunkt: $\theta = \dfrac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2)$
(Masse m; innerer Radius R_1; äußerer Radius R_2)

Kugel, Drehung um Achse durch Schwerpunkt: $\theta = \dfrac{2}{5} mr^2$
(Masse m; Radius r)

Quader mit Seitenlängen a, b, c, Drehung um Achse parallel zur Kante c durch Schwerpunkt:
$\theta = \dfrac{1}{12} m(a^2 + b^2)$
(Masse m)

länglicher homogener Körper (Dicke << Länge), Drehung um Achse senkrecht zur Längsachse durch Schwerpunkt: $\theta \approx \dfrac{1}{12} m\ell^2$
(Masse m; Länge ℓ)

Steinerscher Satz: $\theta = \theta_S + ma^2$
(Trägheitsmoment θ bei Drehung um Achse, die um a gegenüber der Achse durch den Schwerpunkt parallel verschoben ist, für die das Trägheitsmoment θ_S ist; Masse m)

Präzession: $\vec{M} = \vec{\omega}_p \times \vec{L}$
(Präzessionswinkelgeschwindigkeit ω_p; Impulsmoment L; das die Präzession hervorrufende Kraftmoment M)

Scheinkräfte:

Zentrifugalkraft: $\vec{F}_Z = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$
(Masse m; Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Bezugssystems ω; Abstand zum Koordinatenursprung r)

Corioliskraft: $\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}$
(Masse m; Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Bezugssystems ω; Geschwindigkeit v)

Wärmelehre:
Maxwell-Boltzmann-Verteilung: $N(\mathrm{v}) \propto \mathrm{v}^2 e^{-\frac{m\mathrm{v}^2}{2k_B T}}$ (Anzahl N der Teilchen mit Masse m und Geschwindigkeit v im idealen Gas der Temperatur T; Boltzmann-Konstante k_B)
barometrische Höhenformel (für T = const.): $P(h) = P(h_0) \cdot e^{-\frac{M^* g}{RT}(h-h_0)}$ (Druck P; Molmasse M^*; Erdbeschleunigung g; Gaskonstante R; Temperatur T; Höhe h)
mittlere kinetische Energie der Teilchen im idealen Gas: $\bar{\varepsilon}_{kin} = \frac{3}{2} k_B T$ (Boltzmann-Konstante k_B, Temperatur T)
Volumenausdehnung von festen Körpern und Flüssigkeiten: $V(T,P) \approx V_0\left[1 + \beta(T - T_0) - \kappa(P - P_0)\right]$ (Volumenausdehnungskoeffizient β; Kompressibilität κ; Temperatur T; Druck P; Volumen V)
Van-der-Waals-Gleichung: $\left(P + \left(\frac{n}{V}\right)^2 a\right)(V - nb) = nRT$ (Druck P; Volumen V; Temperatur T; Stoffmenge n; Gaskonstante R; van-der-Waals-Parameter a, b)
Virialentwicklung: $\frac{pV}{nRT} = 1 + B(T)\frac{n}{V} + C(T)\left(\frac{n}{V}\right)^2 + \ldots$ (Druck P; Volumen V; Temperatur T; Stoffmenge n; Gaskonstante R; Entwicklungsparameter $B(T)$, $C(T)$, ...)
Wärmekapazität einatomiges ideales Gas: $C_V = \frac{3}{2} nR, \quad C_P = C_V + nR$ (Gaskonstante R; Stoffmenge n; Wärmekapazität für Temperaturänderung unter konstantem Volumen C_V, unter konstantem Druck C_P)

Wärmeleitung: $j_x = -\lambda \frac{dT}{dx}$ (Temperatur T; Wärmeleitfähigkeit λ; Wärmestromdichte in x-Richtung j_x; Wärmestromdichte $j = \frac{\Delta Q}{A \Delta t}$ mit Wärmemenge ΔQ, Zeit Δt, Querschnittsfläche A)
Wärmestrahlung: $P \propto T^4 S$ (Leistung P; Temperatur T; Schwärze der Oberfläche S)
Innere Energie des idealen Gases: $U - U_0 = \frac{3}{2} nR(T - T_0)$ (Gaskonstante R; Stoffmenge n; Temperatur T)
Entropie des idealen Gases: $S - S_0 = nR(\frac{3}{2}\ln\frac{T}{T_0} + \ln\frac{V}{V_0})$ oder $S - S_0 = nR(\frac{5}{2}\ln\frac{T}{T_0} - \ln\frac{P}{P_0})$ (Gaskonstante R; Stoffmenge n; Temperatur T; Volumen V; Druck P)
Reversible adiabatische Zustandsänderung des idealen Gases: $TV^{\kappa-1}$ = const. oder PV^{κ} = const. oder $P^{1-\kappa}T^{\kappa}$ = const. (Adiabatenexponent $\kappa = \frac{C_P}{C_V}$; Temperatur T; Volumen V; Druck P)