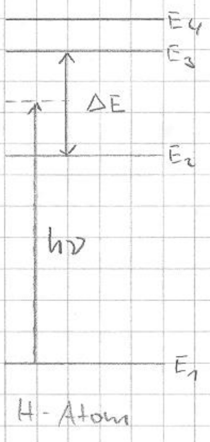
A 28)



Energie: $h\nu_0 = \frac{1}{2}\left\{(E_1 - E_3) + (E_1 - E_2)\right\}$

$= \frac{1}{2} R_y \left\{\left(1 - \frac{1}{9}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right)\right\}$

$= 11{,}148\,eV \mathrel{\hat{=}} 8992363\,m^{-1} = \bar{\nu}_0$

$\Rightarrow \underline{\underline{\lambda_0 = 1{,}11 \cdot 10^{7}\,m}}$

Spektrale Breite:

Gauß: $f(\bar{\nu}) = I_0\, e^{-(\bar{\nu}-\bar{\nu}_0)^2/2\bar{\sigma}^2}$

Halbwertsbreite: $f(\bar{\nu}_{1/2}) = I_0/2 = e^{-(\bar{\nu}_{1/2}-\bar{\nu}_0)^2/2\bar{\sigma}^2}$

$\bar{\nu}_{1/2} = \pm\sqrt{2\ln 2}\,\bar{\sigma} + \bar{\nu}_0$

$\Rightarrow \text{FWHM} = \bar{\nu}_1 - \bar{\nu}_2 = \sqrt{8\ln 2}\,\bar{\sigma}$

Full Width at half maximum
– volle Halbwertsbreite

halbe Intensität bei E_2 und E_3: $\sqrt{8\ln 2}\,\bar{\sigma} = \bar{\nu}_2 - \bar{\nu}_3$

$= R_\infty\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = 1524129\,m^{-1}$

$\Rightarrow \bar{\sigma} = 647238\,m^{-1}$

Pulsdauer: als Zeit die es braucht um auf die Hälfte der Intensität abzuklingen wie in Aufgabe 21c

dann gilt $\Delta\omega\Delta t = 8\ln 2 \Rightarrow \Delta\nu\Delta t = \frac{4}{\pi}\ln 2$

$\Rightarrow \Delta t = \underline{\underline{1{,}33\,fs}}$

Intensität bei $n=4$: $I(n=4) = I_0\, e^{-\left\{(E_1-E_4)/hc - \bar{\nu}_0\right\}^2/2\bar{\sigma}^2}$

$= \underline{\underline{0{,}134\, I_0}}$

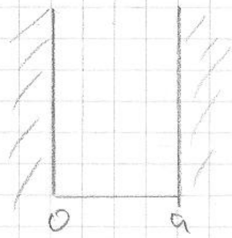
Wellenfunktion: $\psi = a_2\varphi_2(x)e^{-i\omega_2 t} + a_3\varphi_3(x)e^{-i\omega_3 t} + a_3\varphi_3(x)e^{-i\omega}$

$\omega_i = E_i/\hbar, \quad a_i, \varphi_i \in \mathbb{R}$

$\psi^*\psi = a_2^2\varphi_2^2(x) + a_3^2\varphi_3^2(x) + a_4^2\varphi_4^2(x)$
$+ 2a_2a_3\varphi_2(x)\varphi_3(x)\cos(\omega_2-\omega_3)t$
$+ 2a_2a_4\varphi_2(x)\varphi_4(x)\cos(\omega_2-\omega_4)t$
$+ 2a_3a_4\varphi_3(x)\varphi_4(x)\cos(\omega_3-\omega_4)t$

$\nu_{23} = 4{,}53 \cdot 10^{14}\,Hz$
$\nu_{24} = 6{,}12 \cdot 10^{14}\,Hz$
$\underline{\underline{\nu_{34} = 1{,}58 \cdot 10^{14}\,Hz}}$

A 29)



$$\Psi(x) = c \sin\left(\frac{\pi n}{a} x\right) \quad \text{für } 0 \le x \le a$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\pi n}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta E = E_2 - E_1 = \frac{3}{2}\frac{\hbar^2}{m}\frac{\pi^2}{a^2} = hc/\lambda$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{\frac{3\hbar\lambda\pi}{4mc}} = \underline{\underline{0{,}67\ \text{nm}}}$$

Impulsunschärfe:

$$\Psi(x) = c\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right) = 2ci\left\{e^{\frac{\pi n x}{a}} - e^{-\frac{\pi n x}{a}}\right\}$$

Zwei gegenläufige Wellen: $k = \frac{\pi n}{a}$ bzw. $-\frac{\pi n}{a}$

$$\Rightarrow p = \frac{\pi n}{a}\hbar \quad \text{bzw.} \quad -\frac{\pi n}{a}\hbar$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\Delta p = \frac{2\pi n}{a}\hbar}}$$

Produkt aus Orts- und Impulsunschärfe:

$$\Delta p \cdot \Delta x = \frac{2\pi n}{a}\hbar \cdot a = \underline{\underline{nh}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta p\, \Delta x (E_2)}{\Delta p\, \Delta x (E_1)} = \frac{2h}{1h} = \underline{\underline{2}}$$

Neutron:

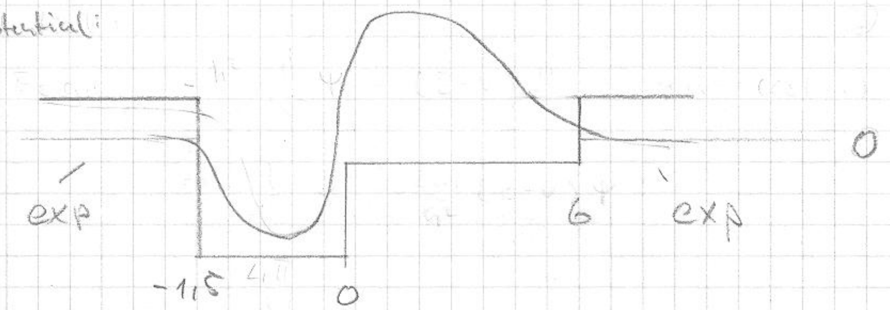
$$\Delta E = \frac{3}{2}\frac{\hbar^2}{m}\frac{\pi^2}{a^2} = 6{,}2\ \text{MeV}$$

Mayer-Kuckuk Kernphysik: Bindungsenergie pro Nukleon $\approx$ 7 Me

A 30)

- Fläche im Bereich $x > 0$ größer als für $x < 0$ => $\langle x \rangle \neq 0$
- $x_{mitt} = \langle x \rangle$ liegt etwa zwischen 2 und 3
- $\lim_{x \to \pm\infty} \Psi(x,t) = 0$, keine Oszillationen
  => gebundener Zustand
- $x_{max} = -1$
- $x_{min} = -\infty, 0, +\infty$

Potential:



Es gilt $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Psi = (E-V)\Psi$

=) $\frac{d^2}{dx^2} \Psi = 2m(E-V)\Psi$

=) $\Psi = e^{\alpha x}$ mit $\alpha = \pm \sqrt{2m(V-E)}/\hbar$

für $V < E$: $\alpha = \pm i \sqrt{2m(E-V)}/\hbar = k = 2\pi/\lambda$

= $\lambda = h / \sqrt{2m(E-V)}$

=> kürzere Wellenlänge wenn Potential tiefer