

Abgabe am Dienstag den 5. Mai vor Beginn der Vorlesung

---

AUFGABE 1 - Langer Draht bzw. Starkstromkabel eine Überlandleitung (insgesamt 8 Pkt.)

Als Modell eines Starkstromkabels einer Überlandleitung betrachten wir einen langes, gerade in der Luft ( $\epsilon \approx 1$ ) hängendes Metallkabel mit einem Durchmesser von  $R = 3$  cm. Dieses Starkstromkabel befindet sich in einer konstanten Höhe von 12 m über der Erdoberfläche. (Die Spannung  $U_{\text{Kabel}}$  gegenüber der „Erde“ sei hier als Gleichspannung angenommen; der Spannungsabfall durch einen eventuellen Stromfluss sei vernachlässigbar;  $\epsilon_{\text{Luft}} = 1$ .)

a) Leiten Sie die Distanzabhängigkeit (Distanz  $r$  zum Kabelkern) der elektrischen Feldstärke ( $E(r) = ?$ ) und des elektrischen Potentials ( $\varphi(r) = ?$ ) her! Hierbei reicht es aus, wenn Sie Feldstärke und elektrisches Potential entlang der direkten Verbindungslinie zwischen Kabel und Erdoberfläche - also entlang der Normalen auf der Erdoberfläche - berechnen. (4 Pkt.)

Sie können natürlich auch gerne die Aufgabe generell für alle Positionen im Raum lösen, aber das ist nicht erforderlich, um die maximale Punktzahl zu erreichen.

Hinweis: Die Aufgabe wird am einfachsten unter Verwendung der Methode der Spiegelladung gelöst. Hierbei wird die Erde bzw. die Erdoberfläche als uneingeschränkt elektrisch leitend angenommen.

Berechnen Sie, basierend auf der Lösung von a), für eine 110 kV Hochspannungsleitung (also  $U_{\text{Draht}} = 110$  kV) die elektrische Feldstärke:

b) in 20 cm Entfernung von dem Draht (1 Pkt.)

c) in 10 m Entfernung von dem Draht (1 Pkt.)

d) Was könnte passieren, wenn sie einen spitzen elektrischen Leiter in unmittelbare Nähe des Hochspannungsdrahts bringen? (nur qualitative Diskussion) (2 Pkt.)

AUFGABE 2 – *Biophysik/Photosynthese: Membranspannung und Kapazität, Energie des primären Radikalpaar-Dipols* (insgesamt 8 Pkt.)

Vorbemerkung: Lassen Sie sich nicht durch den biophysikalischen Hintergrund der Aufgabe täuschen. Die Lösung der Aufgabe ist nicht schwierig und kann ohne großen Zeit- und Schreibaufwand erfolgen. Eine einfache Skizze zur Geometrie des Problems ist jedoch Teil der Lösung (eine gemeinsame Skizze für Teilaufgaben a), b), e) und f) ist ausreichend).

*Biophysikalischer Hintergrund der folgenden Aufgabe:* Zahlreiche Prozesse der Bioenergetik finden in Proteinen statt, die in dünnen biologischen Membranen (Lipid-Doppelschichten) eingebaut sind. Diese Membranen separieren zwei wässrige Bereiche, die beiderseits der Membran liegen und in denen sich Ionen frei bewegen können. In diesen Bereichen ist jeweils ein elektrisches Potential definiert. In der Photosynthese separiert die sogenannte Thylakoidmembran den Stromabereich und den Granabereich. Unter Lichteinfluss baut sich eine Spannung über der Thylakoidmembran auf, die negativ an der Stromaseite und positiv an der Granaseite ist (siehe auch Abbildung weiter unten).

Wir nehmen an, dass die Spannung über der biologischen Membran 105 mV beträgt und der elektrisch nichtleitende Teil der Membran eine Stärke von 3,5 nm hat. Die relative Dielektrizitätskonstante im nichtleitendem Membran-Inneren habe den Wert 3 ( $\epsilon = 3$ ). Für die folgenden quantitativen Überlegungen modellieren wir das System als ausgedehnten Plattenkondensator mit einem Plattenabstand von 3,5 nm ( $d_{\text{Mem}} = 3,5 \text{ nm}$ ) und einem Dielektrikum mit einem  $\epsilon$  von 3, an dem eine Spannung von 100 mV anliegt.

a) Wie groß ist die elektrische Feldstärke im Inneren der biologischen Membran? (1 Pkt.)

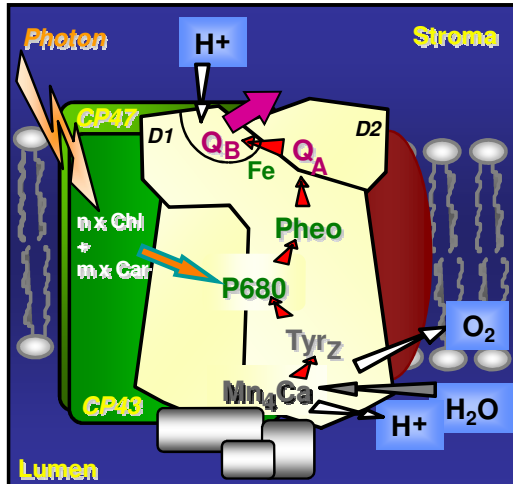
b) Warum gibt es in biologischen Systemen keine Membranspannungen über 500 mV? (qualitative Diskussion) (2 Pkt)

c) In einem kugelförmigen Chloroplasten mit einem Durchmesser von 2  $\mu\text{m}$  könnte die Oberfläche der vielfach gefalteten Thylakoidmembran 100 Quadratmikrometer (=  $100 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ ) betragen. Schätzen Sie unter Nutzung des oben skizzierten Plattenkondensatormodels ab, wie groß die elektrische Kapazität dieser Thylakoidmembran wäre? (1 Pkt.)

d) Wie vergleicht sich die unter c) berechnete Kapazität mit der einer glatten Metallkugel in Fußballgröße (mit einem Durchmesser von 22 cm)? Vergleichen Sie auch die Kapazität pro Volumen von Chloroplastenkugel und Fußballkugel! (1 Pkt.)

*Biophysikalischer Hintergrund der folgenden Aufgabe:* Das Photosystem II (PSII) der Pflanzen, Algen und Cyanobakterien ist in die Thylakoidmembran eingebettet. Hier absorbieren Chlorophyllmoleküle Lichtquanten und es kommt zu einem Elektronentransport vom einem speziellen Chlorophyllpaar (P680) zu einem Pheophytin Molekül (Phe), wodurch P680 einfach positiv geladen (P680<sup>+</sup>,  $Q^+ = +e$ ) und Phe einfach negativ geladen (Phe<sup>-</sup>,  $Q^- = -e$ ) wird. Es entsteht so der [Phe<sup>-</sup>, P680<sup>+</sup>] Radikalpaarzustand. Aus dem Blickwinkel der Protein-Elektrostatik entsteht

so ein Dipol innerhalb der Membran, der mit dem elektrischen Feld wechselwirkt, welches aus der Membranspannung resultiert. Die Wechselwirkungsenergie verschiebt bzw. erhöht das Energieniveau des Radikalpaarzustands und begünstigt so unerwünschte Verluste durch Ladungsrekombination. Aus diesem Grund ist die Wechselwirkungsenergie relevant für die Funktion des Photosystems.



Illustrierende Abbildung zu a), b), e) und f). Der als Photosystem II (PSII) bezeichnete Proteinkomplex ist in eine Membran (Lipid-Doppelschicht) eingebettet. Nach Absorption eines Photons durch die Chlorophylle des PSII vollzieht sich ein ultraschneller Elektronentransfer (ca. 3 ps), der zur Ausbildung des  $P680^+Pheo^-$  Radikalpaares führt. Bei kontinuierlicher Beleuchtung führen die lichtinduzierten Prozesse unter anderem zum Aufbau einer Membranspannung, die im Stroma-Raum negativ und im Lumen-Raum positiv ist.

e) Berechnen Sie die Wechselwirkungsenergie (in eV) zwischen dem ( $P680^+/Pheo^-$ )-Dipol und dem aus der Membranspannung (100 mV,  $d_{Mem} = 35$  nm, wie oben) resultierendem E-Feld für einen auf die Membrannormale projizierter Abstand zwischen P680 und Pheo von 1 nm ( $d_{P680-Pheo} = 1$  nm)!

(Anmerkungen: 1. Bezüglich der Orientierung des Dipols ist es wichtig, dass  $P680^+$  in der Nähe der positiven Granaseite liegt, während  $Pheo^-$  der negativen Stromaseite näher ist. Hierdurch wird jedoch nur das Vorzeichen des Energiewerts bestimmt. 2. Der Dipol ist fest, rotiert also *nicht* im elektrischen Feld). (2 Pkt.)

f) Warum ist der Wert von  $\epsilon$  unkritisch für das Ergebnis von e) ? (1 Pkt.)

### AUFGABE 3 – Spannungsteiler vor Analog/Digital-Wandler (AD-Wandler) (4 Pkt.)

Hintergrundinformation zur Elektronik/Messtechnik: Ein AD-Wandler setzt eine analoges Signal bzw. eine analoge Spannung in ein digitales Signal bzw. in binäre Zahlenwerte im Speicher eines Computers um. Er kann Spannungen innerhalb eines gegebenen Eingangsspannungsbereichs verarbeiten, z.B. von -100 mV bis +100 mV. Ferner ist seine ‚Auflösung‘ begrenzt. Ein 10-Bit-Wandler würde zum Beispiel den Bereich von -100 mV bis +100 mV in  $2^{10} = 1024$  Stufen unterteilen und jeder Spannung einen binären Zahlenwert mit 10 (binären) Stellen zuordnen. Wegen der begrenzten Auflösung, ist es sinnvoll, den Spannungsbereich optimal zu nutzen, also zu kleine Spannungen zu vermeiden.

Sie wollen einen AD-Wandler nutzen, um Zeitverläufe von Spannungen zu registrieren. Hierbei soll der Wandler vielseitig einsetzbar sein und *entweder* Spannungen in einem Bereich von +/- 20 Volt *oder* aber in einem Bereich von +/- 1 V optimal registrieren. In beiden Fällen soll der Eingangswiderstand  $R_{IN}$  des Messaufbaus genau  $10\text{ M}\Omega$  betragen. Der Eingangsspannungsbereich des AD-Wandler betrage +/-100 mV bei einem Eingangswiderstand von  $1\text{ M}\Omega$ .

Dimensionieren Sie für die *beiden* gewünschten Spannungsbereiche jeweils einen Spannungsteiler bestehend aus einem Vorwiderstand  $R_V$  (in Reihe mit dem AD-Wandler-Eingang) und gegebenenfalls einen Parallelwiderstand  $R_P$  (parallel zum AD-Wandler Eingang)!

