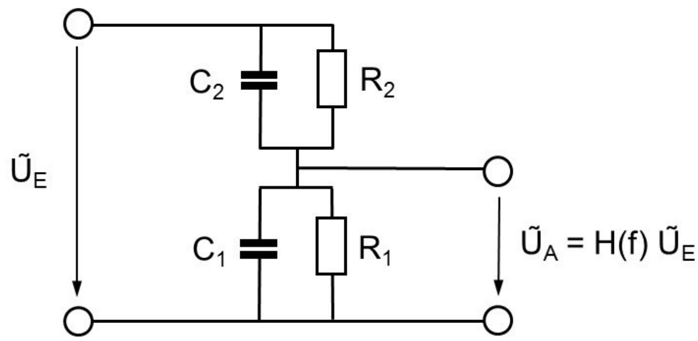
Freie Universität Berlin
Übungen zur Experimentalphysik II
Sommersemester 2015, Holger Dau
- Serie 7 -

Abgabe am Dienstag den 11. Juni vor Beginn der Vorlesung

AUFGABE 1 – $R_1//C_1$—$R_2//C_2$ Spannungsteiler im Frequenzbereich

Anmerkung: Es geht wieder um den kompensierten Spannungsteiler, der bereits in der Aufgabe 3 des dritten Aufgabenzettels bearbeitet wurde. Dabei ging es zuvor um das Verhalten im *Zeitbereich* bei sprungartiger Änderung des Eingangssignals. Jetzt geht es um die Beschreibung des Verhaltens im *Frequenzbereich*. Trotz dieses inhaltlichen Zusammenhangs erfolgt die Lösung der neuen Aufgabe vollkommen unabhängig von der Lösung der alten Aufgabe.



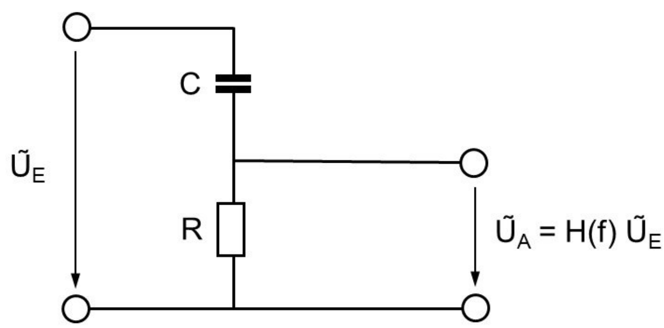
Ziel ist Diskussion der komplexen Übertragungsfunktion, die das frequenzabhängige Verhältnis der sinusförmigen Ausgangsspannung U_A zur sinusförmigen Eingangsspannung U_E beschreibt.

a) Geben Sie $U_A/U_E = H(f)$ an (oder wahlweise $H(\omega)$). (3 Pkt)

b) Es seien: $R_1 = 1$ MΩ, $R_2 = 9$ MΩ, $C_2 = 10$ pF.

Für welchen Wert von C_1 wird die Übertragungsfunktion frequenzunabhängig (also $H(f) = 0{,}1$ bei jeder Frequenz)? Welche Bedingung muss bei der obigen Schaltung generell erfüllt sein, damit H frequenzunabhängig wird? (2 Pkt)

AUFGABE 2 – Bode-Diagramme des Hochpasses

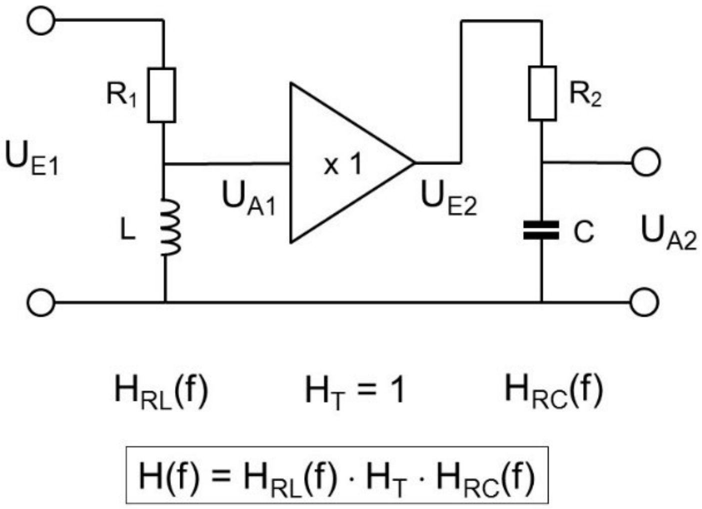


a) Leiten Sie aus der komplexen Übertragungsfunktion H(f) die Frequenzabhängigkeit von Amplitude ($|H(f)| = ..$) und Phase ($\varphi(f) = ..$) her.
(3 Pkt)

b) Skizzieren Sie für R = 1 kΩ und C = 1 µF die *Bode-Diagramme* des *Amplitudengangs* und des *Phasengangs.* Markieren Sie die *Grenzfrequenz* des Hochpasses und stellen Sie sicher, dass bei kleinen Frequenzen die Steigung im Amplitudengang korrekt ist. Die logarithmische Frequenzachse soll den Bereich von 1 Hz bis 1 MHz abdecken. (3 Pkt)

Anmerkungen: In den Bode-Diagrammen wird immer eine logarithmische Frequenzachse (f, *nicht* ω) als x-Achse gewählt. Im Amplitudengang ist auch die $|H(f)|$ -Achse eine logarithmische Achse; im Phasengang ist jedoch die φ(f)-Achse linear.

AUFGABE 3 – Sprungantwort des Bandpass, H(f) => $U_A(t)$



Im obigen Schaltbild stellt das mit 'x1' markierte Dreieck einen idealen Trennverstärker dar, dessen Eingangswiderstand unendlich groß ist (=> kein Einfluss auf RL-Glied) und dessen Ausgangswiderstand unendlich klein ist (=> U_{E2} nicht durch das folgende RC-Glied beeinflusst); der Verstärkungsfaktor ist frequenzunabhängig gleich 1 (also $H_T = 1$).

a) Berechnen Sie die komplexe Übertragungsfunktion H(f), die sich als Produkt der drei einzelnen Übertragungsfunktionen ergibt (siehe Glg. in Abbildung). (3 Pkt)

b) Ermitteln Sie über die Fourier- bzw. Laplace-Transformation der Übertragungsfunktion die Sprungantwort des Systems. Da heißt, geben Sie den Zeitverlauf $U_{A2}(t)$ am Ausgang an, wenn zum Zeitpunkt t=0 das Eingangssignal $U_{E1}(t)$ von 0 V auf U_0 springt, also:
$U_{E1}(t) = 0$ für $t < 0$, $U_{E1}(t) = U_0$ für $t > 0$, $U_{A2}(t) = ?$ Versuchen Sie aber nicht, die Laplace-Transformierte unmittelbar zu berechnen, sondern folgen Sie dem unten skizzierten Lösungsweg. (3 Pkt)

Empfohlener Lösungsweg zur Aufgabe 3b

1) Sie starten mit der Übertragungsfunktion H(f), die Sie im Aufgabenteil a) erhalten haben. Dann führen Sie am besten *folgende Ersetzungen* durch:
   $L/R_1 = T_1$, $R_2C = T_2$, $i\omega = p$.
   Damit sollten Sie erhalten:
   $$H(p) = \frac{pT_1}{(1+pT_1)(1+pT_2)}$$

2) Sie führen eine *Partialbruchzerlegung der Übertragungsfunktion* H(p) durch, so dass die obige Übertragungsfunktion ($H(p) = \frac{pT_1}{(1+pT_1)(1+pT_2)}$) in die folgende Form überführt wird:

$H(p) = a_1/(1+pT_1) + a_2/(1+pT_2) + c$,

wobei a_1, a_2 und c positive oder negative reelle Zahlen sind (Hinweis: c ergibt sich in diesem Fall als Null).

3) Sie nutzen die Regel, dass für die Sprungantwort gilt:

$H(p) = \Sigma a_k/(1+pT_k)$ => $U_A(t) = U_0 \Sigma a_k(1\text{-}\exp\{-t/T_k\})$

(Obige Beziehung gilt nur, wenn die a_k positive oder negative reelle Zahlen sind; alle T_k sind größer Null und keine zwei T_k nehmen denselben Zahlenwert an.)

Nach Anwendung dieser Regel können Sie nun den gesuchten Ausdruck für $U_{A2}(t)$ unmittelbar angeben.

---

c) Es seien $R_2C = T_1 = 1$ µs, $L/R_1 = T_2 = 3$ µs, $U_0 = 10$ V. Geben Sie $U_{A2}(t)$ für diese Werte explizit an und skizzieren Sie den Zeitverlauf von $U_{A2}(t)$. (2 Pkt)

d) Welche Funktion beschreibt das Zeitverhalten für den „entarten Fall“ mit $T_1=T_2$? (1 Pkt)