Die folgenden Stichworte und auch die handgezeichneten Abbildungen sind zum größten Teil Lehrmaterial, welches Prof. William Brewer erstellt hat (Prof. William D. Brewer, FB Physik, FU Berlin). Herzlichen Dank dafür an Prof. Brewer.

Drei Arten der mechanischen Arbeit

Es ist hilfreich, die mechanische Arbeit zu klassifizieren nach den Bedingungen, under denen sie geleistet wird:

---

1. **Beschleunigungsarbeit** -- der einfachste Fall ist der, dass keine weiteren Kräfte (außer der 'äußeren' Kraft $\boldsymbol{F}$) wirken. Dann erzeugt die Kraft $\boldsymbol{F}$ eine Bewegung der Masse m, ausgedrückt durch die Newton'sche Gleichung $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ ($\boldsymbol{a}$ = Beschleunigung = $\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$). Die Beschleunigung $\boldsymbol{a}$ (und die Bewegungsstrecke $\boldsymbol{s}$) sind nun parallel zur Kraft $\boldsymbol{F}$. Wir können die (differentielle) Arbeit schreiben als:

$$\mathrm{d}W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{ds} = ma\,\mathrm{d}s = m(\mathrm{d}v/\mathrm{d}t)\mathrm{d}s = m\mathrm{d}v(\mathrm{d}s/\mathrm{d}t) = mv\mathrm{d}v\ .$$

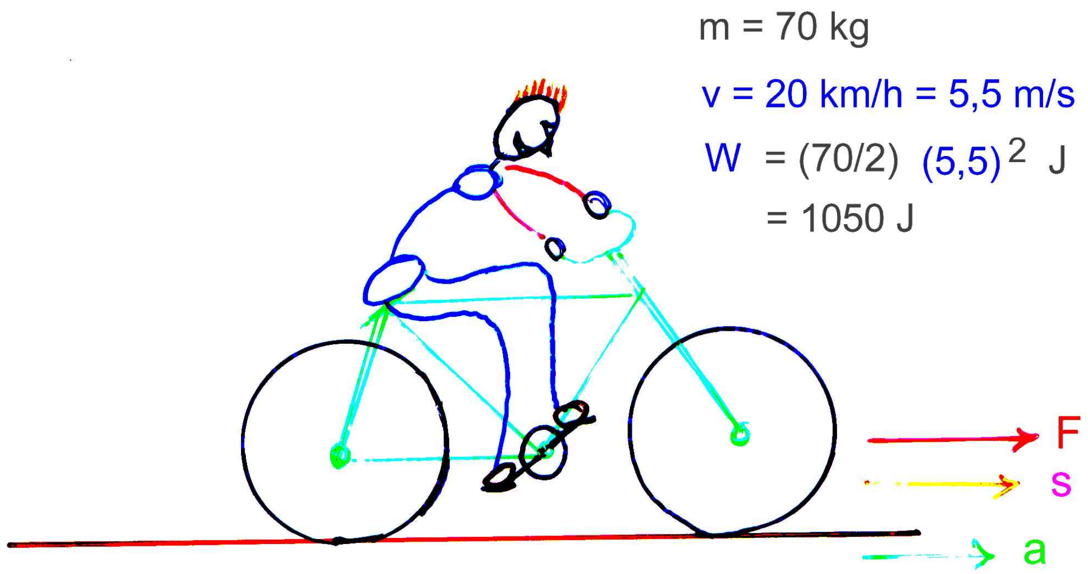
Die gesamte Arbeit, für eine Beschleunigung vom Stand ($v = 0$) bis zu einer Endgeschwindigkeit $v = v_o$ ist gegeben durch **Integration** von $\mathrm{d}W$:

$$\mathrm{W}(0 \rightarrow v_o) = \int \mathrm{d}W = m \int v\mathrm{d}v = (m/2)v_o^2\ .$$

(Das Integral kann durch Anwendung der Potenzregel oder grafisch als Fläche unter der Kurve $y = v$ gelöst werden.)

Die Beschleunigungsarbeit ändert den **Bewegungszustand** des Objektes der Masse m, sie wird in dem Zustand (Bewegung mit Geschwindigkeit v_o) **gespeichert**.

Beispiel: ein Radfahrer beschleunigt vom Stand bis zur Geschwindigkeit v_o. Danach fährt er mit konstanter Geschwindigkeit weiter (die Reibung sei vernachlässigbar). Er hat die Beschleunigungsarbeit $(m/2)v_o^2$ geleistet, wo m die Gesamtmasse (Rad + Fahrer) ist:



Zahlenbeispiel: Fahrrad + Fahrer haben eine Gesamtmasse von 70 kg; der Fahrer beschleunigt vom Stand ($v = 0$) bis zur Endgeschwindigkeit $v_o = 20$ km/h (entsprechend 5,5 m/s). Die geleistete Beschleunigungsarbeit beträgt 70 (kg)/2 x $(5,5)^2$ $(m/s)^2$ = 1050 kg m^2/s^2 (J).

2. **Verschiebungsarbeit** -- die externe Kraft F wirkt gegen eine (Gegen-)Kraft F_G. **Nach** dem Arbeitsprozeß kommt das System zum Stillstand, es wird kaum Beschleunigungsarbeit geleistet; aber die **Lage** des Systems ändert sich durch die Arbeit (Verschiebung!), die geleistete Arbeit kann in der Lage **gespeichert** und später wieder freigesetzt werden.

Beispiele:

(i) **Hubarbeit** --die Gegenkraft ist die **Schwerkraft**; z.B. wird ein Gewicht der Masse m um die Höhe h angehoben. Die Schwerkraft $m\boldsymbol{g}$ wirkt senkrecht nach Unten ($\boldsymbol{g}$ = Erdbeschleunigung, eine Konstante, die die Stärke der Schwerkraft in der Nähe der Erdoberfläche angibt). Die wirkende Kraft $\boldsymbol{F}$ muß nur geringfügig größer als $m\boldsymbol{g}$ sein, sie wirkt senkrecht nach oben, parallel zur Bewegungsstrecke $\boldsymbol{s}$. Da die Kraft auch **konstant** ist, können wir die einfache Formel für die Arbeit benutzen:

$$W(0 \to h) = Fs = mgh\ .$$

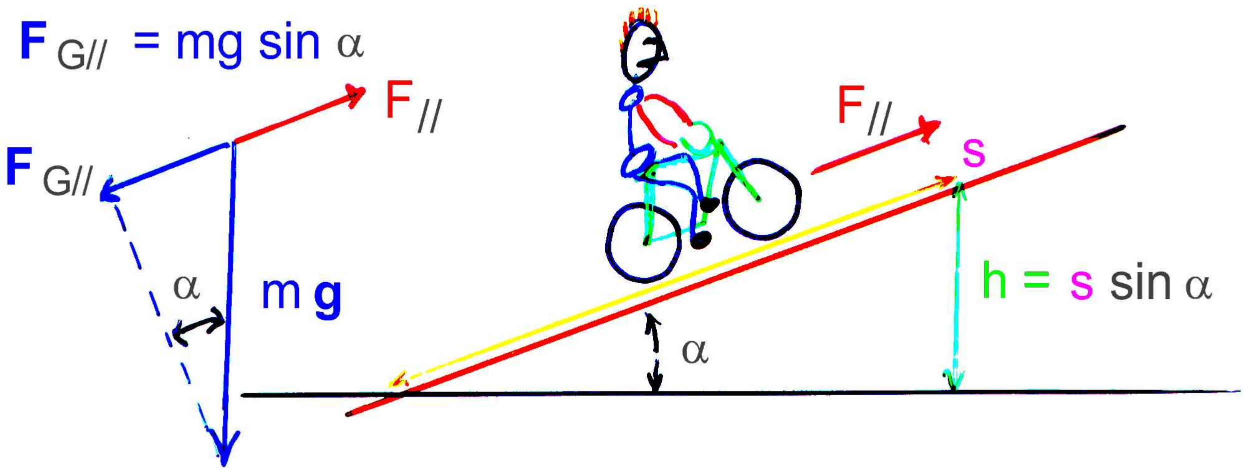
Diese Arbeit ist in der Lage h des Gewichtes gespeichert.
Sie kann (durch Herunterlassen des Gewichtes) wieder freigesetzt werden. Für ein Gewicht der Masse 1 kg beträgt die Hubarbeit zum Heben um h = 1 m:

$$W = mgh = 1\text{kg} \times 9{,}82\ \text{m/s}^2 \times 1\text{m} = 9{,}82\ \text{kg m}^2/\text{s}^2 = 9{,}82\ \text{J}.$$

Ähnlich ist es mit dem Radfahrer, wenn er bergauf fährt. Falls der Berg eine konstante Steigung des Winkels α hat, steigt er um die Höhe $h = s \sin \alpha$, wenn er die Strecke s zurücklegt. Die Gegenkraft ist die Parallelkomponente der Schwerkraft, $F_{G//} = mg \sin \alpha$ (s. Skizze!). Da die Kraft konstant ist, können wir für die Arbeit schreiben:

$$W = F_{G//}\, s = mg \sin \alpha \times s = mg \sin \alpha \times h/\sin \alpha = mgh$$

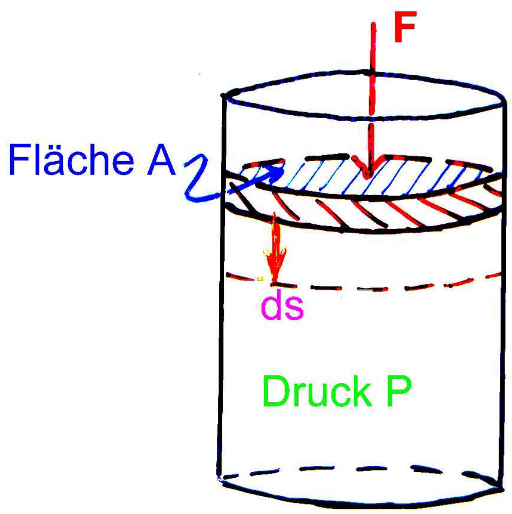
genau wie für das Heben eines Gewichtes. Diese **Hubarbeit** wird in der Lage des Fahrrads gespeichert und kann wieder freigesetzt werden (bergab fahren!).



(ii) **Volumenarbeit** -- wird ein Gas in einem Zylinder der Querschnittsfläche A unter Druck P gespeichert, muß Arbeit geleistet werden, um es (durch Verschieben eines Kolbens) weiter zu komprimieren. Der Druck erzeugt eine Kraft $F = PA$ senkrecht zum Kolben; die externe Kraft zum Komprimieren muß geringfügig größer sein. Wird dadurch der Kolben um die Strecke ds hineingedrückt, ist die geleistete Arbeit

$$\mathrm{d}W = F\cdot\mathrm{d}s = PA\,\mathrm{d}s = -P\mathrm{d}V$$

wo dV = Ads die **Volumenänderung** ist (Fläche × Länge). Das Minuszeichen kommt daher, daß eine Kompression eine **Verkleinerung** des **Volumens** (dV negativ) aber eine Erhöhung des Druckes bedeutet. Diese Arbeit kann auch gespeichert und wiederbenutzt werden (z.B. in einer Druckluftbremse). (Um die Gesamtarbeit W auszurechnen, müßten wir den Zusammenhang zwischen P und V --die Zustandsgleichung des Gases-- kennen; vgl. später bei der Wärmelehre.)



(iii) **elastische Arbeit** --wenn ein elastisches Objekt (z.B. eine Spiralfeder) verformt wird, reagiert es mit einer Gegenkraft, $\boldsymbol{F}_{el} = -\mathrm{D}\boldsymbol{x}$, wo $\boldsymbol{x}$ die Verformungsstrecke (Auslenkung aus der Ruhelage) und D eine Konstante ('Federkonstante') sind. Die Auslenkung $\boldsymbol{x}$ ist parallel zur extern wirkenden Kraft $\boldsymbol{F}$, die die Auslenkung erzeugt. Die differentielle Arbeit (Auslenkung um eine geringe Strecke $\mathrm{d}\boldsymbol{x}$) ist dann:

$$\mathrm{d}W = \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{x} = \mathrm{D}\, x\mathrm{d}x$$

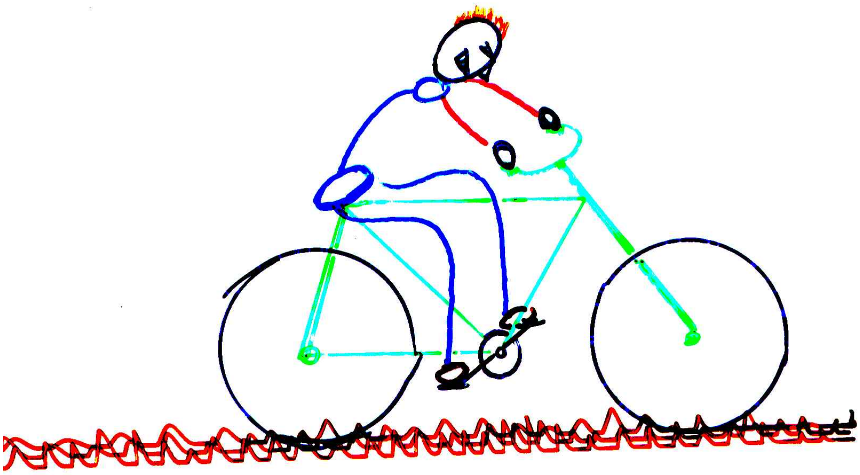
und die Gesamtarbeit ist

$$W(x{=}0 \rightarrow x_o) = \int \mathrm{d}W = \mathrm{D} \int x\mathrm{d}x = (\mathrm{D}/2)\, x_o^2$$

(Integral s. oben!). Diese Arbeit ist in der Feder **gespeichert**, sie kann beim Entspannen wieder freigesetzt werden.

3. **Reibungsarbeit** -- wenn Reibungskräfte überwiegen, dient die externe Kraft F nur, um sie zu überwinden. Es wird weder Beschleunigungsarbeit noch Verscheibungsarbeit geleistet, das System kommt zur Ruhe, sobald die Kraft nicht mehr wirkt, und die ganze geleistete Arbeit geht schließlich in Wärme über. Sie ist meistens nicht im System gespeichert und kann nie (vollständig) wieder in mechanische Arbeit zurückverwandelt werden.

Beispiel: ein Radfahrer fährt auf ebenem aber schlammigem Boden, die Reibung der Räder mit dem Boden ist groß. Sobald er aufhört zu treten bleibt er stehen. Er gewinnt weder an Höhe noch an Geschwindigkeit, seine Arbeit wird nur verwendet, um die Reibung zu überwinden:



Zahlenbeispiel: Das menschliche Herz leistet Reibungsarbeit, um das Blut gegen den Strömungs- widerstand der Gefäße zu pumpen. Es macht typisch 100 000 Schläge pro Tag und leistet dabei eine Arbeit von ca. 130 000 J. Bei einem 60-jährigen Menschen hat das Herz eine Gesamtarbeit von rund 4 x 10^9 J geleistet-- das würde reichen, um 400 000 l Wasser (400 T!) um 1 000 m hochzuheben.

Die meisten Arbeitsprozesse bestehen aus einer Kombination der o.g. Arten der Arbeit, z.B. aus Hubarbeit, Beschleunigungs-arbeit, und Reibungsarbeit gleichzeitig. Das Radfahren oder Gehen sind Beispiele dafür.

Nun kommen wir zur zentralen Größe, zur

Energie.

Wir haben gesehen, daß die Arbeit eine **Prozeßgröße** ist; sie hängt von dem detaillierten Ablauf des Vorgangs ab. Aber geleistete Arbeit kann den **Zustand** des Systems verändern; dieser Zustand hängt dann nicht mehr vom Ablauf ab. Es ist beispielsweise völlig unerheblich, ob ein Wagen auf der Luftkissenschiene durch schnelles, kräftiges Entspannen einer Feder, durch gleichmäßig-beschleunigtes Fallen eines Gewichtes, oder durch die sanfte Kraft eines Luftzuges auf einer kleinen Segel bis zur Endgeschwindigkeit v_o gebracht wurde; er hat in jedem Fall den gleichen Zustand.

Die entsprechende **Zustandsgröße** -- die man als 'gespeicherte Arbeit' bezeichnen könnte -- ist die **Energie**. Sie enthält weniger Informationen, als die Arbeit, da sie nicht mehr vom Ablauf des Arbeitsprozeßes abhängt. Dafür ist sie allgemein einsetzbar, um einen Zustand zu beschreiben. Sie hat die gleiche Einheit wie die Arbeit, d.h. **J**oule. Entsprechend der drei Arten der ***Arbeit*** gibt es verschiedene Typen von ***Energie***.

1. **Bewegungsenergie** (***kinetische*** Energie) ist gespeicherte Be-schleunigungsarbeit; sie ist gegeben durch (s. oben)

$$E_{\mathrm{kin}} = (m/2)v^2$$

für eine Masse *m*, die sich mit Geschwindigkeit *v* bewegt --egal, wie die Masse bis zu dieser Geschwindigkeit beschleunigt wurde.

---

2. **Lageenergie** (***potentielle*** Energie) ist gespeicherte Ver-schiebungsarbeit; sie ist gegeben z.B. durch

$$E_{\mathrm{pot}} = mgh$$

bei der potentiellen **Energie** eines **Gewichtes** der Masse *m* in der Höhe *h* über der Erdoberfläche; oder durch

$$E_{\mathrm{pot}} = (\mathrm{D}/2)x^2$$

bei der **elastischen Energie** einer Feder der Federkonstanten D, die um den Betrag *x* von ihrer Ruhelage ausgelenkt wurde.

---

3. Die Energieform, die durch Reibungsarbeit entsteht, ist die ungeordnete mikroskopische Bewegungsenergie, die wir **Wärme** nennen. Sie kann, im Gegensatz zu den rein *mechanischen* Energieformen, nicht frei und vollständig in andere Energieformen umgewandelt werden.

Es ist bemerkenswert, daß der **Nullpunkt** der Energie meits nicht eindeutig festgelegt ist. Der Geschwindigkeitsnullpunkt hängt vom Bezugssystem ab (z.B. Erdoberfläche versus Weltall), die Höhe $h = 0$ kann im 1. Stock oder im Keller sein.

Der **Energieerhaltungssatz** ('Energie-Satz')

Dies ist ein Erfahrungssatz, der erst in der Mitte des 19. Jahrhunderts formuliert wurde.

Er besagt, daß man Energie weder **erzeugen** noch **vernichten** kann, nur umverteilen bzw. in andere, äquivalente Energieformen umwandeln kann.

Eine Formulierung lautet:

'in einem abgeschlossenen System (keine Kräfte wirken von oder nach Außen) bleibt die Summe aller Energieformen konstant'.

Diese rein **mechanische** Aussage wird in der Wärmelehre ergänzt durch die Einbeziehung der **Wärme** als weitere Möglichkeit, die Energie eines Systems zu verändern. Die makroskopisch übertragene Wärme ΔQ ist, wie die Arbeit, eine **Prozeßgröße**; beide können zu einer Änderung der Energie ('inneren Energie' U) eines Systems beitragen. Dies nennt man den **1. Hauptsatz der Wärmelehre**; mehr dazu später.

Leistung

Die Leistung ist eine vergleichsweise einfache Größe: sie gibt an, **wie schnell** Arbeit geleistet wird. Wenn die Rate konstant ist, kann man sie einfach definieren als:

$$P = W_{\mathrm{ges}}/t_{\mathrm{o}}$$

wobei W_{ges} die gesamte geleistete Arbeit in der Zeit t_{o} ist. Ihre Einheit ist J/s oder **W**att:

$$1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J/s} = 1\mathrm{kg\ m^2/s^3}\ .$$

Falls die Rate, mit der die Arbeit geleistet wird, nicht konstant ist (dies ist der übliche Fall), muß man die **momentane Leistung** *P(t)* verwenden:

$$P(t) = \mathrm{d}W/\mathrm{d}t\ ,$$

wobei die in der Zeit t_{o} geleistete Gesamtarbeit durch Integration über die Zeit zu berechnen ist:

$$W_{\mathrm{ges}} = \int P(t)\ \mathrm{d}t\ .$$

Die momentane Leistung bei einer Bewegung mit Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$, verursacht durch eine Kraft $\boldsymbol{F}$, ist gegeben durch:

$$P(t) = \boldsymbol{F}(t)\cdot \boldsymbol{v}(t)\ .$$

Impuls

Weitere Betrachtungen zur Newton'schen Bewegungsgleichung:

Wir betrachten die Newton'sche Gleichung

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

nochmals ein wenig näher. Wir haben gesehen, daß sie als **Definition der Kraft *F*** oder auch als **Bewegungsgleichung** angesehen werden kann. Die **Lösungen** der Bewegungsgleichung erhalten wir durch Integration; in zwei Fällen ist das sehr einfach:

(i) die Kraft $\boldsymbol{F}$ ist gleich Null, $\boldsymbol{F} = 0$. Dann ist die Geschwindigkeit konstant, $v = v_o$ (Trägheitsgesetz!), wir brauchen nur **ein**mal zu integrieren:

$$x(t) = v_o t + x(0)\ .$$

Die Konstante $x(0)$ (Anfangsort) ist eine **Integrationskonstante**.

(ii) die Kraft $\boldsymbol{F}$ ist **konstant**, z.B. gleich die Schwerkraft $\boldsymbol{F}_G$. Dann ist auch die **Beschleunigung** konstant, wir haben:

$$\boldsymbol{a} = (\boldsymbol{F}_G/m) = \boldsymbol{g} = \mathrm{d}^2\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t^2$$

und **zwei**maliges Integrieren ergibt:

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{g}t^2/2 + \boldsymbol{v}(0)t + \boldsymbol{x}(0).$$

(freier Fall). Hier erhalten wir **zwei** Integrationskonstanten, $\boldsymbol{v}(0)$ (Anfangsgeschwindigkeit) und $\boldsymbol{x}(0)$ (Anfangsort).

Diese letzte Betrachtung geht von der Gleichung

$$\boldsymbol{F}_G = m\boldsymbol{a} \quad oder \quad m\boldsymbol{g} = m\boldsymbol{a}$$

aus, wobei vorausgesetzt wird, daß die Masse **links** (die **Schwere**masse) gleich die Masse **rechts** (die **Träge**masse) ist. Dies ist experimentell oft geprüft worden (z. B. *Galilei* am schiefen Turm von Pisa) und wurde von *Einstein* zu einer Grundannahme der allgemeinen Relativität gemacht (Äquivalenz-Prinzip).

Wie ist es aber, wenn die Masse m **nicht zeitlich konstant** ist? Beispiele sind: ein fliegendes Flugzeug oder eine Rakete (die Masse nimmt während des Fluges wegen Treibstoffverbrauch ständig ab) oder ein Teilchen, das zu hoher Geschwindigkeit beschleunigt wurde (**Massenzunahme** aufgrund der relativistischen Beziehung $E = mc^2$). In solchen Fällen muß man die **Zeitabhängigkeit** der Masse berücksichtigen, indem man sie in die Zeitableitung hineinnimmt:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = m\,\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t \;\rightarrow\; \boldsymbol{F} = \mathrm{d}(m\boldsymbol{v})/\mathrm{d}t.$$

Die Größe in Klammern ist eine **Eigenschaft des Bewegungszustandes**, wie die kinetische Energie, hat jedoch eine **Richtung** (Vektorgröße). Sie wird '**Impuls**' genannt (hier: **Linear**impuls, da es sich um eine geradlinige Bewegung handelt).

Der ***Linearimpuls*** erhält das Symbol $\boldsymbol{p}$:

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$$

mit der Einheit kg m/s. Der Impuls ist auch dann nützlich, wenn die Masse des bewegten Systems konstant bleibt. Die Newton'sche Gleichung nimmt damit folgende (allgemeine) Form an:

$$\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t\ ,$$

d.h. die **Kraft** ist die **zeitliche Änderung des Impulses**.

Bei **Stoßprozessen** (z.B. Schlagen eines Tennisballs durch den Schläger, Stöße von Billardkugeln) benutzt man den so-genannten **Kraftstoß**, um den Vorgang zu beschreiben:

$$\boldsymbol{F}\mathrm{d}t = \mathrm{d}\boldsymbol{p} = \mathrm{d}(m\boldsymbol{v}) = m\mathrm{d}\boldsymbol{v}$$

(momentan; letzte Gleichung gilt, wenn m konstant ist), oder (für den gesamten Vorgang):

$$\int \boldsymbol{F}dt = \int \mathrm{d}\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(t) - \boldsymbol{p}(0)$$

(Kraftstoß = Impulsänderung). Dies ist nützlich, weil man meistens nicht die Einzelheiten der Kraftwirkung als Funktion der Zeit, $\boldsymbol{F}(t)$, kennt, aber die **Impulsänderung** leicht messen kann.

Impulserhaltung

Es gilt für den Impuls auch einen **Erhaltungssatz** (vgl. Energieerhaltung):

In einem abgeschlossenen (mechanischen) System (keine Kräfte wirken von oder nach außen) bleibt der **Gesamtimpuls (Vektor**summe aller einzelnen Impulse) **konstant**. Anders gesagt: in einem abgeschlossenen System kann Impuls weder ***erzeugt*** noch ***vernichtet*** werden.

Man kann die **Impulserhaltung** --zusammen mit der Energie-erhaltung-- verwenden, um Stoß- und Streuprozesse aller Art zu beschreiben. Impulserhaltung ist für das Funktionieren von Reaktionsmotoren (Düsenantrieb, Raketen) verantwortlich und spielt (meistens unbemerkt) im täglichen Leben eine entscheidende Rolle.

[Impulserhaltung --Versuche: Impulsübertragung am Wagen; Rakete; Stöße auf der Luftkissenbahn. elastische und inelastische Stöße.]

Trägheitskräfte

Wir können die Newton'sche Gleichung auch in einer weiteren Weise interpretieren, als **Kräftebilanz** (*actio = reactio*): jede wirkende Kraft $\boldsymbol{F}$ ruft eine gleich große, entgegen gerichtete **Reaktions**kraft hervor. Bei einem Objekt der Masse m ist dies die **Trägheitskraft** $-m\boldsymbol{a}$, die jede **Änderung** des Bewegungszustandes (Beschleunigung) widerstrebt.

Wie wir auch sehen werden, ist bei der **ebenen Kreisbewegung** eine Beschleunigung ***ständig*** vorhanden (*Zentripetal*beschleunigung), selbst wenn der **Betrag** der Bahngeschwindigkeit konstant bleibt. Diese Beschleunigung wird durch eine Kraft (*Zentripetalkraft*) hervorgerufen, sie erzeugt eine (gleich große, entgegengerichtete) Reaktionskraft (Trägheitskraft), nämlich die **Zentrifugalkraft** oder Fliehkraft. Diese Kraft ist die Reaktion des massiven Objektes, welches aufgrund seiner Trägheit einfach geradeaus weiterfliegen würde (Trägheitsgesetz), jedoch durch die Zentripetalkraft gezwungen wird, auf der Kreisbahn zu bleiben. Die Zentrifugalkraft ist nach außen gerichtet (vom Mittelpunkt der Kreisbahn weg), und ist gegeben durch:

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Zf}} = \text{Masse} \times (\text{-})\text{Zentripetalbeschleunigung}$$

$$= -\, m\, \boldsymbol{a}_{\mathrm{Zp}} = m\, \omega^2\, \boldsymbol{r} = mv^2/r\; (\boldsymbol{r}/r)\ .$$

[Versuche zur Fliehkraft: Zentrifuge]

Kinematik 2 – die ebene Kreisbewegung

--hier ist es sinnvoll, neben den ***linearen*** Größen *s, v, a* (die als **Bahn**strecke s_B, **Bahn**geschwindigkeit v_B bzw. **Bahn**beschleunigung a_B wirken), auch **Winkel**größen zu verwenden: Bewegungswinkel φ [rad], Winkelgeschwindigkeit ω [rad/s], sowie Winkelbeschleunigung α [rad/s²].

Kinematik der ebenen Kreisbewegung:

Winkelgröße	lineare Größe	Verknüpfungen
$\varphi(t)$ = ***Drehwinkel***	s_B = ***Kreisbogen*** (Strecke auf der Kreisbahn)	$s_B = \|\varphi\|\|r\|$, $\|\varphi\| = s_B/\|r\|$ $\|r\| = \textit{Radius} = \textit{konst.}$
$\omega(t)$ = ***Winkel-geschwindigkeit*** $\omega = d\varphi/dt$	v_B = Bahn- oder Tangentialgeschwindigkeit $v_B = ds_B/dt$	$\|v_B\|=\|\omega\|\|r\|$, $\|\omega\|=\|v_B\|/\|r\|$ (vektoriell: $\boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$)
$\alpha(t)$ = ***Winkel-beschleunigung*** $\alpha = d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2$	a_B = Bahn- oder Tangentialbeschleunigung $a_B=dv_B/dt = d^2s_B/dt^2$ (***Betragsänderung von*** v_B)	$\|a_B\|=\|\alpha\|\|r\|$, $\|\alpha\|=\|a_B\|/\|r\|$ (vektoriell: $\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r}$)

--auch **ohne** Winkelbeschleunigung gibt es eine **Zentripetalbeschleunigung** a_{Zp} : $a_{Zp} = |v_B|\, d\varphi/dt$
aufgrund der ständigen **Richtungs**änderung von $\boldsymbol{v}_B$. Sie ist im Betrag gegeben durch:

$$|a_{Zp}| = v_B^2/r \quad bzw. \quad \omega^2 r$$

und zeigt immer zum Kreismittelpunkt hin ($\boldsymbol{a}_{Zp}$ // $-\boldsymbol{r}$, daher 'zentripetal').

Zusammenfassung

Kinematik der ebenen Kreisbewegung

Bewegungsgleichungen und Lösungen:

gleichförmig: $\omega(t) = \omega_o$; $d\varphi/dt = \omega_o$;

Lösung: $\varphi(t) = \omega_o t + \varphi(0)$ *oder* $s_B(t) = v_{Bo} t + s_B(0)$

ω_o, v_{Bo} = Konstanten der Bewegung;
$\varphi(0), s_B(0)$ = Anfangsbedingungen.

gleichmäßig beschleunigt: $\alpha(t) = \alpha_o$; $d^2\varphi/dt^2 = \alpha_o$;

Lösung: $\varphi(t) = (\alpha_o/2)\, t^2 + \omega(0)t + \varphi(0)$.

α_o = Konstante der Bewegung;
$\varphi(0), \omega(0)$ = Anfangsbedingungen.