Das elektrische Potential

Wir gehen nun genauso wie in der **Mechanik** vor: nachdem wir die elektrische **Kraft** diskutiert und durch eine Feldgröße beschrieben haben (das **elektrische Feld** $\boldsymbol{E}$), betrachten wir nun die Prozessgröße **Arbeit** sowie die Zustandsgröße **Energie**. Eine Probeladung q_o im Feld $\boldsymbol{E}$ erfährt eine **Kraft**; Bewegung der Ladung gegen diese Kraft benötigt die Verrichtung von **Arbeit**, während umgekehrt, die Ladung selbst Arbeit verrichten kann, wenn sie sich in Feldrichtung bewegt. Wir schreiben

$$\Delta W = \int \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r} = \int q_o\, \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r} \quad \textit{oder}$$

$$\Delta W/q_o = \int \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r}.$$

Dieses Integral hat für das **Feld einer Punktladung** q_1 mit der folgende Feldstärke:

$$\boldsymbol{E} = (1/4\pi\varepsilon_o)\, q_1/r^2$$

(genannt **Coulombfeld**), eine einfache Form:

$$\Delta W/q_o = \int \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r}$$

$$= (1/4\pi\varepsilon_o)\, q_1 \int dr/r^2 = -(1/4\pi\varepsilon_o)\, q_1/r.$$

$$\text{also } \boldsymbol{\varphi_{\textit{Pkt.-Ladung}} = -(1/4\pi\varepsilon_o)\, q_1/r.}$$

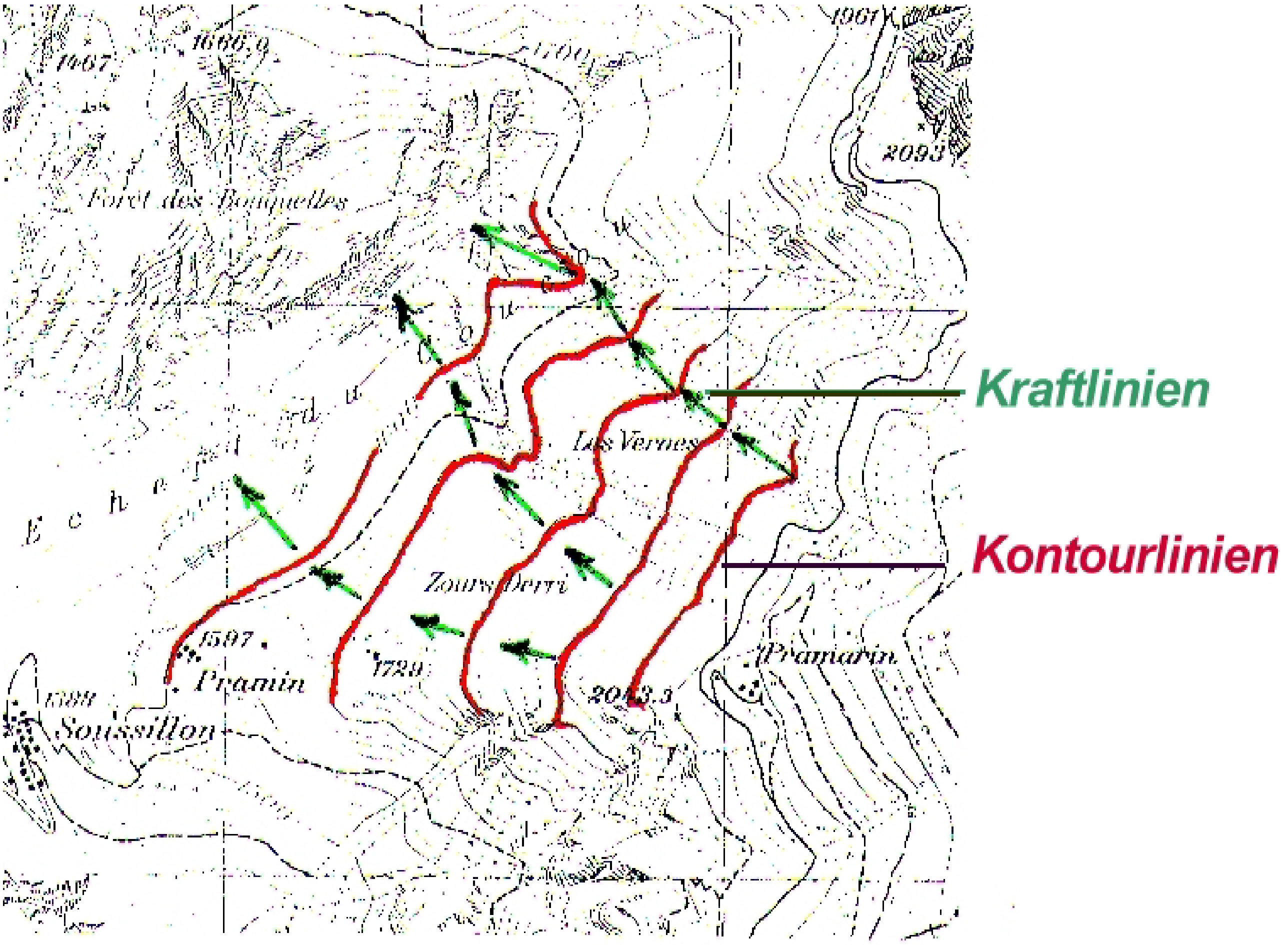
Diese **Arbeit**/**Ladung** ($\Delta W/q_o$) ist ein Maß für die ***Arbeit, die verrichtet werden müsste, wenn wir die Ladung q_o zu einer gleichnamigen Ladung q_1 hinbewegen.*** Sie heißt '**Coulomb-Potential**' der Punktladung q_1.

Die **potentielle Energie** E_{pot} ändert sich natürlich auch dabei; wir können die Größe E_{pot}/q_o ebenfalls betrachten. Die ***Arbeit*** bzw. die ***Energie*** einer Ladung, geteilt durch die **Ladungs*menge***, nennt man allgemein das **elektrische Potential** φ. Sie lässt sich aus der **Feldstärke** $\boldsymbol{E}$ durch Integration über eine Strecke errechnen:

$$\Delta\varphi = -\int \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r} \ .$$

Man kann das elektrische Potential direkt *messen*, mit einem **Voltmeter**, welches eine kleine Ladung fließen läßt und die resultierende Arbeit anzeigt.

Eine elektrische ***'Potentiallandschaft'*** gleicht einer ***Höhenlandschaft*** in der Mechanik: eine Probemasse in der Höhen-landschaft besitzt eine bestimmte **potentielle Energie** E_{pot}, je nach Höhe. Sie erfährt eine Kraft, die sie nach unten rollen läßt, je nach Steigung des Bodens. Die Höhenkontourlinien sind Linien gleicher Höhe, ihre Dichte zeigt die jeweilige Steigung an. Ebenfalls kann man 'Kontourlinien' des **elektrischen Potentials** definieren: sie heißen ***'Äquipotentiallinien'*** (bzw. *-Flächen*). Auf einer Äquipotentiallinie ist die **potentielle Energie** einer Ladung **konstant**, sie bewegt sich ohne (elektrische) Arbeitsaufwand. Die **Kraft**linien (d.h. das **elektrische Feld** $\boldsymbol{E}$) zeigen immer ***senkrecht*** zu den Äquipotentiallinien, in die Richtung, in der die 'Steigung' am größten ist (und die **Arbeit** deshalb auch maximal):



Auszug aus einer Höhenkontour-Karte. Die Höhenkontourlinien (**rot**) verbinden Punkte der gleichen Höhe ***h***; darauf bewegt sich eine Masse ***m*** ohne (Hub-) Arbeit, ihre potentielle Energie ***mgh*** bleibt konstant. Linien der maximalen Steigung (**grün**) zeigen senkrecht zu den Höhenkontouren, eine Masse würde entlang solcher Linien hinunterrollen. Die Hangabtriebskraft zeigt in Richtung der ***maximalen Steigung*** und wächst mit wachsender Steigung (d.h. wenn die Höhen-kontouren dicht zusammen liegen). Die elektrische **Äquipotentiallinien** verhalten sich analog zu den Höhenkontourlinien, die elektrischen **Feld**vektoren analog zu der Hangabtriebskraft.

Wir können die obige Beziehung zwischen **Potential** und **Feld** ***umkehren***, um das Feld aus dem Potential zu berechnen:

$$E(\boldsymbol{r}) = -\mathrm{d}/\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,[\varphi\,(\boldsymbol{r})]$$

(*eindimensional*; z.B. beim Feld einer Punktladung oder ein homogenes Feld in Richtung $\boldsymbol{r}$); *oder* (*dreidimensional*):

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\nabla\,\varphi(\boldsymbol{r})$$

[∇ ist die Abkürzung für eine dreidimensionale Ableitung, die als **Vektor** in Richtung maximaler Steigung zeigt. Man nennt dies 'Gradientenbildung' und schreibt auch

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\mathrm{grad}\,[\varphi(\boldsymbol{r})]\,.$$

Wie auch die **potentielle Energie**, hat das **elektrische Potential** **keinen festgelegten Nullpunkt**. Die Erdoberfläche bildet eine Äquipotentialfläche mit einer fast unerschöpflichen Ladungs-reserve, daher verbindet man oft einen Punkt in einem elek-trischen Kreis mit der **Erde** ('Masse' oder 'Erdung') und benutzt diesen Punkt als Potential-Nullpunkt. Im Vakuum kann man als Nullpunkt das Potential bei $r \to \infty$ verwenden (Atomphysik).

Für Messungen und Anwendungen ist immer nur die **Potentialdifferenz** $\Delta\varphi$ wichtig; diese nennt man 'die **elektrische Spannung'** *U*.

Die *Einheit* von **Potential** und **Spannung** ist die Einheit [**Energie**]/[**Ladung**], d.h. J/C oder J/As; sie heißt (als abgeleitete Einheit) auch **'Volt'** (nach *Alessandro Volta*):

$$1\ \mathrm{V} = 1\ \mathrm{J/C} = 1\ \mathrm{J/As} \quad \textit{bzw.}$$
$$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{VAs}$$

Elektrische **Leistung** (Arbeit/Zeit) misst man daher in

$$\mathrm{Watt} = \mathrm{W} = \mathrm{J/s} = \mathrm{VA}\ .$$

Der Plattenkondensator

Ein gutes und relativ einfaches Beispiel für **Feld** und **Potentiallinien** liefert der **Plattenkondensator**, der außerdem bei Anwendungen (Elektronik) und für Messungen (Dielektrizitätskonstanten) wichtig ist. Wir haben bereits gesehen, dass das elektrische Feld zwischen zwei parallelen, geladenen Platten **homogen** (*konstante Stärke und Richtung*) ist. Die Feldstärke wird durch die ***Flächenladungsdichte*** auf den Platten bestimmt:

$$E = (1/\varepsilon_o)\, q/A\ .$$

Der **Kondensator** dient als '**Ladungs*speicher***', genauso wie ein heißer Körper **Wärme** speichert, oder ein Behälter eine Flüssigkeit speichert. Analog zur Wärmekapazität definiert man daher die **elektrische Kapazität *C***:

C = **Ladung/Potentialdifferenz** = q/U *bzw.* $\mathrm{d}q/\mathrm{d}U$

Also

$$\boldsymbol{C = Q/U}$$

(Einheit = C/V oder As/V ≡ ***F**arad* (nach *Michael Faraday*). Die Potentialdifferenz U zwischen den Platten (**Ladespannung**) ist gegeben (s. oben) durch ein Integral entlang des (konstanten) Feldes, d.h.

$$U = \int \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = E\, d = (1/\varepsilon_o)\, q\, d/A$$

(wo d der Plattenabstand, A die Plattenfläche und q die gespeicherte Ladung sind); damit ist die Kapazität $C = q/U$ gegeben durch

$$C = \varepsilon_o\, A/d\ .$$

Es ist egal, ob die eine Platte geerdet ist (die entgegengesetzte Ladung fließt dann von der Erde nach), oder beide Platten isoliert und entgegengesetzt geladen sind.

Bringen wir einen Isolator (**Dielektrikum**) zwischen die Platten, so werden atomare oder molekulare ***Dipole*** erzeugt bzw. ausgerichtet im elektrischen Feld. Dies führt zu einem ***Gegen***-feld, das gesamte Feld (und daher die Spannung) wird abgeschwächt; so steigt die Kapazität des Kondensators (s. auch **Materie im elektrischen Feld**). Das Verhältnis der Kapazität mit Dielektrikum und ohne Dielektrikum ist eine **Materialkonstante** des Dielektrikums, die 'relative Dielektrizitätskonstante' ε_r. Für den **Kondensator** ***mit*** **Dielektrikum** schreibt man daher:

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_o \, A/d \, .$$

Die im Kondensator **gespeicherte Ladung** hat eine hohe **potentielle Energie** (man sagt auch, das ***elektrische Feld E*** **speichert** **Energie**). Diese kann man aus der Potentialdifferenz sowie der Ladung errechnen:

$$\mathrm{d}W = U\mathrm{d}q = UC\mathrm{d}U; \;\; E_{pot} = \Delta W = C\int U\mathrm{d}U = CU^2/2$$

[**Kondensator-Energie**!
(Einheit $\mathrm{F\,V^2 = (As/V)\,V^2 = VAs \equiv J}$).]

bewegte **Ladungen:**

der elektrische Strom

Bisher haben wir **statische** Ladungen betrachtet, die als freie oder Überschußladungen an einer **festen Stelle** sitzen; dabei haben wir gesehen, daß es aufgrund der starken Coulombkräfte sehr schwierig ist, eine größere Ladungsmenge zu trennen und als freie Ladungen zu erhalten.

Der für allerlei Anwendungen weitaus wichtigerer Fall ist jedoch der von **bewegten Ladungen**, d.h. des ***elektrischen Stroms***. In einem nach außen elektrisch neutralen Leiter lassen sich relativ große Ladungsmengen in Bewegung setzen; die Bewegung wird durch den elektrischen ***Strom*** $I = q/t$ bzw. dq/dt beschrieben, in exakter Analogie zu einer **Flüssigkeitsströmung**.

Ein elektrischer **Leiter** kann irgendein Material sein, welches bewegliche Ladungen enthält. Diese sind die **Elektronen** in Metallen und Halbleitern, die **Ionen** in Elektrolytlösungen und festen Ionenleitern, und **Elektronen plus Ionen** in geladenen Gasen (Plasmen).

Wieder in Analogie zur Flüssigkeitsströmung, beobachtet man beim elektrischen Strom meistens einen **Widerstand**; ein Teil der Bewegungsenergie der Ladungen wird in eine ungeordnete Atombewegung umgesetzt, d.h. in **Wärme**. Dieser ***elektrischer Widerstand*** R hängt von der Geometrie und von Materialeigenschaften des Leiters ab.

Einheiten: den elektrischen **Strom** mißt man in Einheiten C/s ≡ As/s = A (Ampère), die **Spannung** in Einheiten J/As ≡ V (Volt), den **Widerstand** in Einheiten V/A ≡ Ohm (abgekürzt Ω). Man definiert auch die elektrische **Leitfähigkeit** *L* als ***Kehrwert*** des Widerstandes *R*:

$$L = 1/R$$

mit der Einheit 1/Ω (≡ Siemens, 1 S = 1 Ω^{-1}).