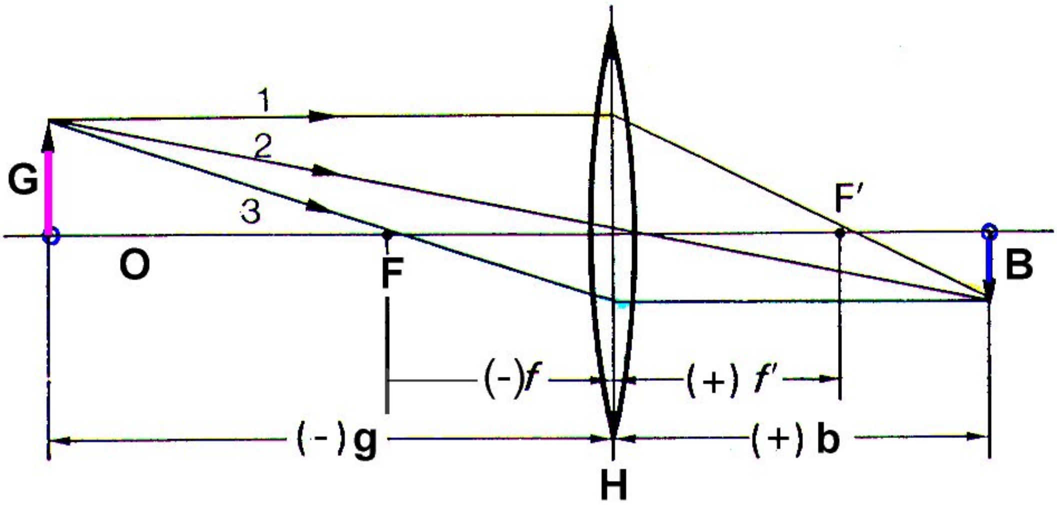
Abbildungsgleichung der Konvexlinse



Die *Entfernung des Gegenstandes* vom Linsenmittelpunkt auf der vorderen Seite der Linse heißt '**Gegenstandsweite**' g, seine *Größe* '**Gegenstandsgröße**' G;

die *Entfernung des Bildes* (vordere oder hintere Seite) ist die '**Bildweite**' b, seine *Größe* die '**Bildgröße**' B. Diese hängen mit der **Brechkraft** $D = 1/f$ der Linse über die **Abbildungsgleichung** zusammen:

$$D = 1/f = 1/b + 1/g\ .$$

Außerdem gilt die **Vergrößerungsgleichung**:

$$B/G = b/g$$

(Beide lassen sich durch einfache trigonometrische Überlegungen herleiten; s. Bild zum Strahlengang, oben.)
Wir können **drei Fälle** unterscheiden:

--Fall (i): $g \geq 2f$, der **Gegenstand** ist *außerhalb der doppelten Brennweite* (wie im Bild oben). Das **Bild** (vgl. Abbildungsgleichung) liegt bei $f < b \leq 2f$, es ist umgekehrt, reell, und verkleinert (ein reelles bild kann auf einen Bildschirm geworfen werden). Dies ist der Fall z.B. beim **Fernrohr** und bei der **Augenlinse**.

--Fall (ii): $f < g < 2f$, der **Gegenstand** liegt *zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite*. Das **Bild** liegt bei $b > 2f$, es ist umgekehrt, reell, und vergrößert. Dies gilt z.B. für eine **Projektionslinse** oder die **Objektivlinse** eines **Mikroskops**.

--Fall (iii): $g \leq f$, der **Gegenstand** ist *innerhalb der einfachen Brennweite*. Das **Bild** ist virtuell, aufrecht, und vergrößert, $b < 0$, die Strahlen auf der Hinterseite der Linse sind *parallel* oder *divergent*. Das ***virtuelle Bild*** kann nur durch eine *weitere Fokussierung* der Strahlen gesehen werden (z.B. durch die Augenlinse). Dies gilt bei der **Lupe.**

Wellenoptik

Eine wesentliche Eigenschaft von Wellen aller Art, d.h. auch von Lichtwellen, ist ihre Fähigkeit, sich zu ***überlagern***, was wiederum zu den Phänomenen der **Interferenz** und der **Beugung** führt:

Beugung und Interferenz

Wellen – auch elektromagnetische Wellen – können sich **überlagern**. Dies entspricht der Addition (z.B.) der E-Feld-Vektoren.

Falls sie die (annähernd) gleiche Frequenz und Wellenlänge haben, entsteht dabei eine ***neue Welle***, die – je nach Phasenbeziehung der sich überlagernden Wellen – ***verstärkt*** oder ***abgeschwächt*** ist, im Vergleich zu den ursprünglichen Wellen.

Dieses Phänomen nennen man **Interferenz.**

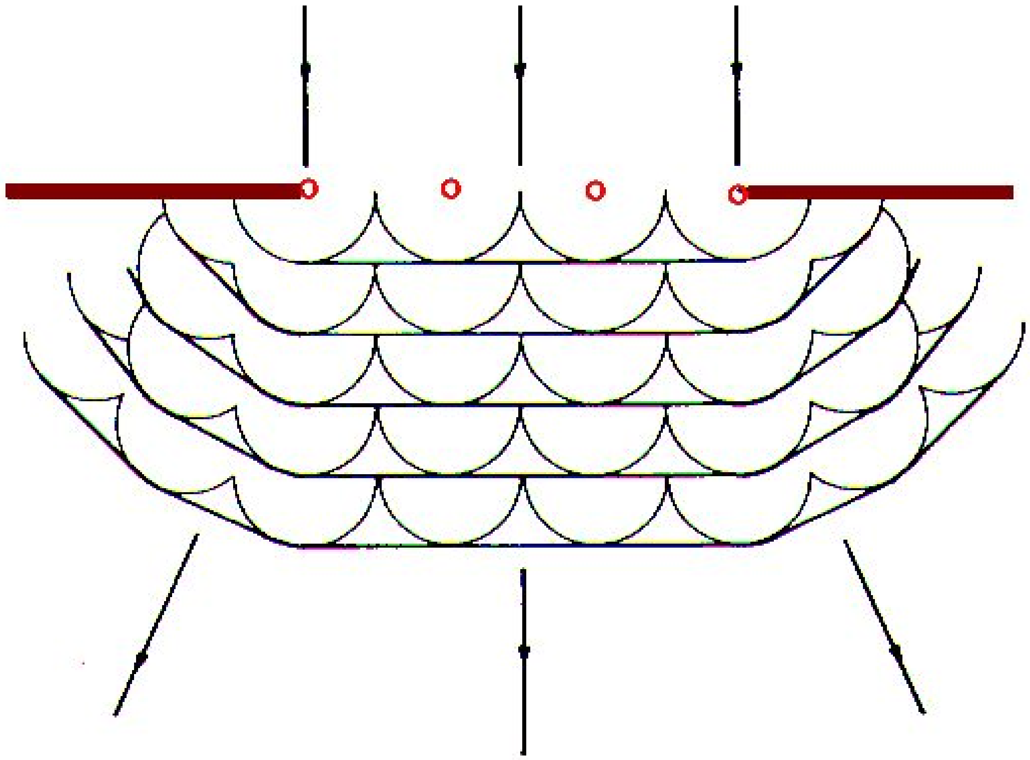
Die ***Verstärkung*** (die auftritt, wenn die Phasenverschiebung einer ganzen Wellenlänge entspricht, d.h. $\Delta\varphi = n\,\lambda$, $n=0,1,2...$) heißt ***konstruktive Interferenz,*** die **Auslöschung** (die auftritt, wenn $\Delta\varphi = \lambda/2,\ 3\lambda/2,\ 5\lambda/2,...$, d.h. einer halben Wellenlänge entspricht) heißt ***destruktive Interferenz***.

Wellen, die ***interferenzfähig*** sind (d.h. Wellen mit fester Phasenbeziehung und gleicher Frequenz) werden **kohärente Wellen** genannt.

Huygens'sche Elementarwellen

Jeder Punkt einer Wellenfront lässt sich als Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle auffassen.

Die Elementarwellen breiten sich kreis- oder kugelförmig aus, sie heben sich durch Interferenz in allen Richtungen auf, bis auf die ursprüngliche Ausbreitungsrichtung. Dort bildet die Einhüllende der Elementarwellen die **neue Wellenfront**. Wenn die Welle ein Hindernis trifft, werden einige Elementarwellen ausgeschaltet, die verbleibende Welle ist an den Rändern gekrümmt:

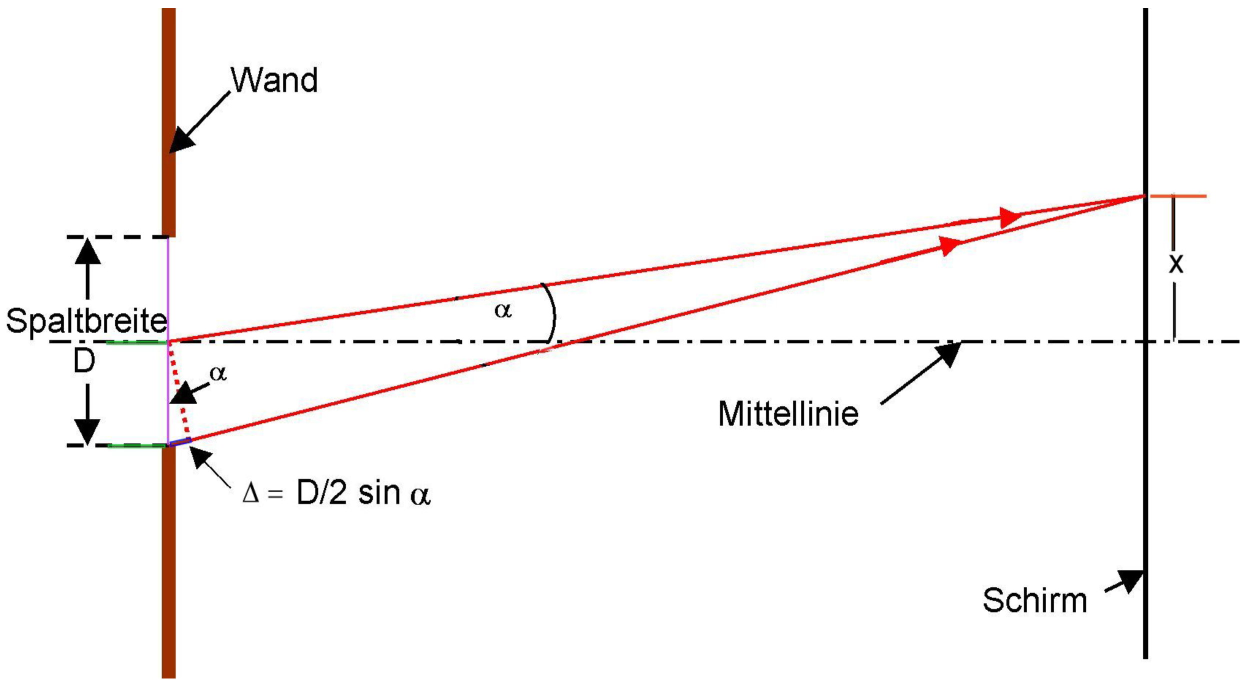


Huygens'sche Konstruktion: die von oben ankommende Lichtstrahlen lassen sich durch **Elementarquellen** (**o**) darstellen; jede Elementarquelle sendet eine Kugelwelle aus, die Überlagerung dieser Kugelwellen bildet die neue Wellen-front. Am Rand des Hindernisses werden die Wellen abgelenkt (Beugung).

Beugung (Interferenz) am Einfach-Spalt

Wenn eine ebene Welle durch einen Spalt der Breite $D = \lambda/2$ läuft, bleibt nur *eine* Elementarquelle, ihre Elementarwelle breitet sich hinter dem Spalt kreis- oder kugelförmig aus.

Wenn $D \geq \lambda/2$, gibt es mehrere Elementarwellen, die miteinander ***interferieren***. Dabei haben die einzelnen Elementarwellen einen ***Gangunterschied*** Δ, sie sind gegeneinander ***phasenverschoben***. Bei der Überlagerung entstehen daher ***konstruktive*** oder ***destruktive*** Interferenzen, je nach Gangunterschied:



Gangunterschied von zwei Elementarwellen: zwei Strahlen, die um einen Winkel α an einem Spalt der Breite *D* abgelenkt werden und sich auf einem (weit entfernten) Schirm am Ort **x** von der Mittellinie entfernt treffen, haben einen **Gangunterschied** Δ; er beträgt hier $D/2 \sin \alpha$ (ähnliche Dreiecke).

Am weit entfernten Bildschirm entsteht ein **Beugungsmuster** (helles *zentrales Maximum*, mehrere nach außen schwächer-werdende *Nebenmaxima* = 'Beugungsringe oder -streifen').

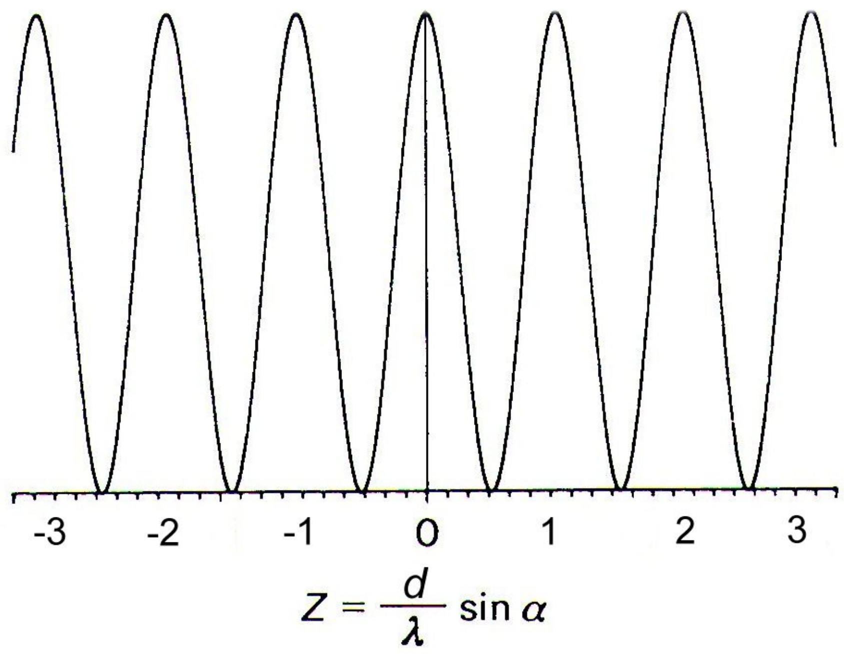
Beispiele: Interferenz / Beugung

Die **Interferenz** bezieht sich auf die Überlagerung **kohärenter** Wellen, d.h. Wellen, die annährend gleiche Frequenzen bzw. Wellenlängen und eine **feste Phasenbeziehung** haben.

Mit **Beugung** bezeichnen wir die **Richtungsänderung**, die eine laufende Welle erfährt, wenn sie an einem Hindernis vorbeikommt: eine Kante, einen Spalt, eine runde Öffnung. Beugung und Interferenz treten meistens gemeinsam auf, da die gebeugten Teilwellen sich überlagern und interferieren können.

Es gibt (u.a.) **drei wichtige Fälle**:

(1) **Doppelspalt-Interferenz**: Eine Welle passiert zwei Spalte S_1 und S_2, die im Abstand d nebeneinander stehen und jeweils so schmal sind (Spaltbreite $D < \lambda/2$), daß nur **eine** Elementarwelle von jedem Spalt ausgeht:

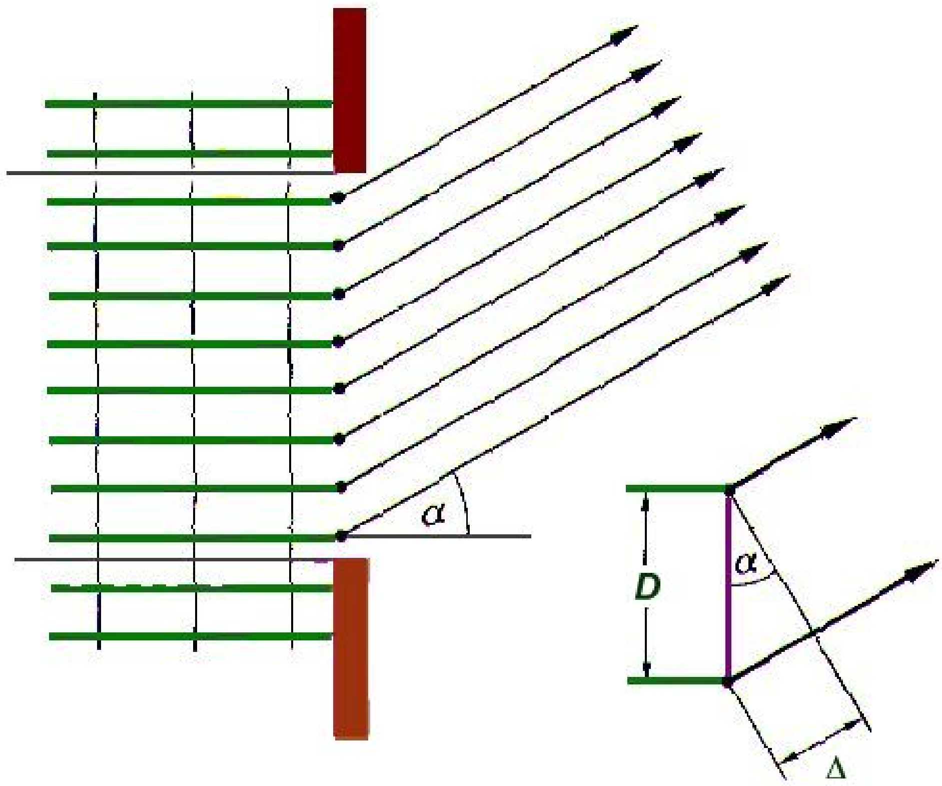


Die Verteilung der Amplituden in der Beobachtungsebene ist ***kosinusförmig***; die **Maxima** sind gegeben durch die Bedingung

$$\sin \alpha_{\mathrm{Max}} = n\lambda/d \quad (n = 0, \pm 1,2,3...),$$

d.h. am Bildschirm $Z = 0, \pm 1,2,3...$, da dann die Phasenverschiebung der Wellen von den beiden Spalten (Gangunterschied!) einem Vielfachen einer ganzen Wellenlänge entspricht, es entsteht ***konstruktive*** Interferenz. Dazwischen liegen **Minima**, wo die Wellen ***destruktive*** Interferenz erleiden.

(2) **Beugung** an **einem** breiten **Spalt**: eine Welle passiert einen Spalt, der so breit ist, daß **viele** Elementarwellen durchgelassen werden. Diese Teilwellen interferieren miteinander und erzeugen in der Bildschirmebene ein **Beugungsmuster** mit einem breiten **zentralen** **Maximum** und schwächeren Nebenmaxima.

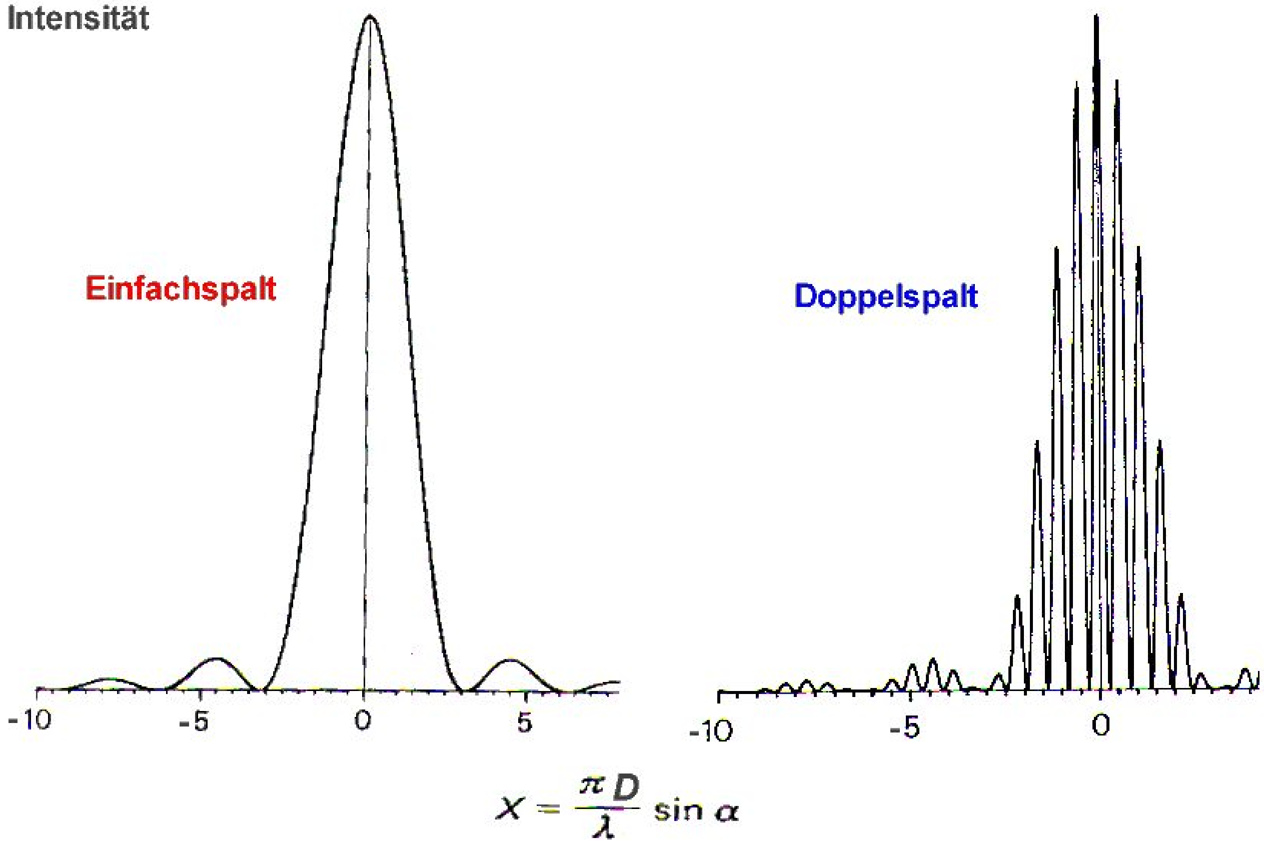


Durch den breiten Spalt laufen viele Parallelstrahlen, die alle um den Winkel α abgelenkt werden; das kleine Bild zeigt den Gangunterschied $\Delta = D \sin \alpha$ zwischen den **Rand**strahlen. Die Strahlen (jeder stellt eine Elementarwelle dar) treffen sich am Bildschirm und erzeugen dort Interferenzen.

Die Amplitudenverteilung auf dem Bildschirm hat die Form $[\sin \Delta\Phi]/\Delta\Phi$, wo $\Delta\Phi$ die gesamte Phasenverschiebung ist. Der Winkel, bei dem das **erste Minimum** auftritt, ist gegeben durch:

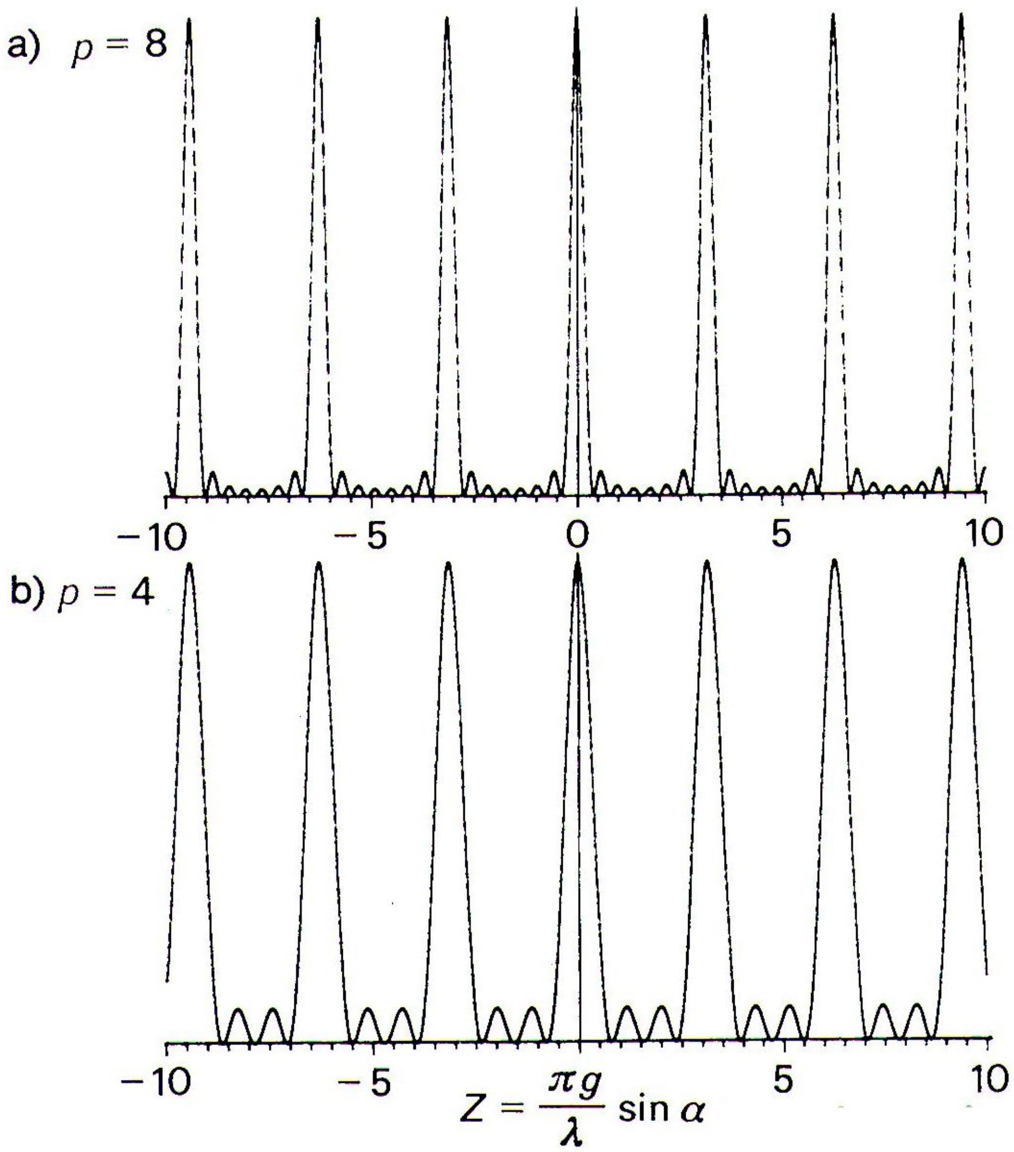
$$\sin \alpha_{1.\mathrm{Min}} = \pm n\lambda/D \ (n = 1),$$

wobei D die Spaltbreite angibt.

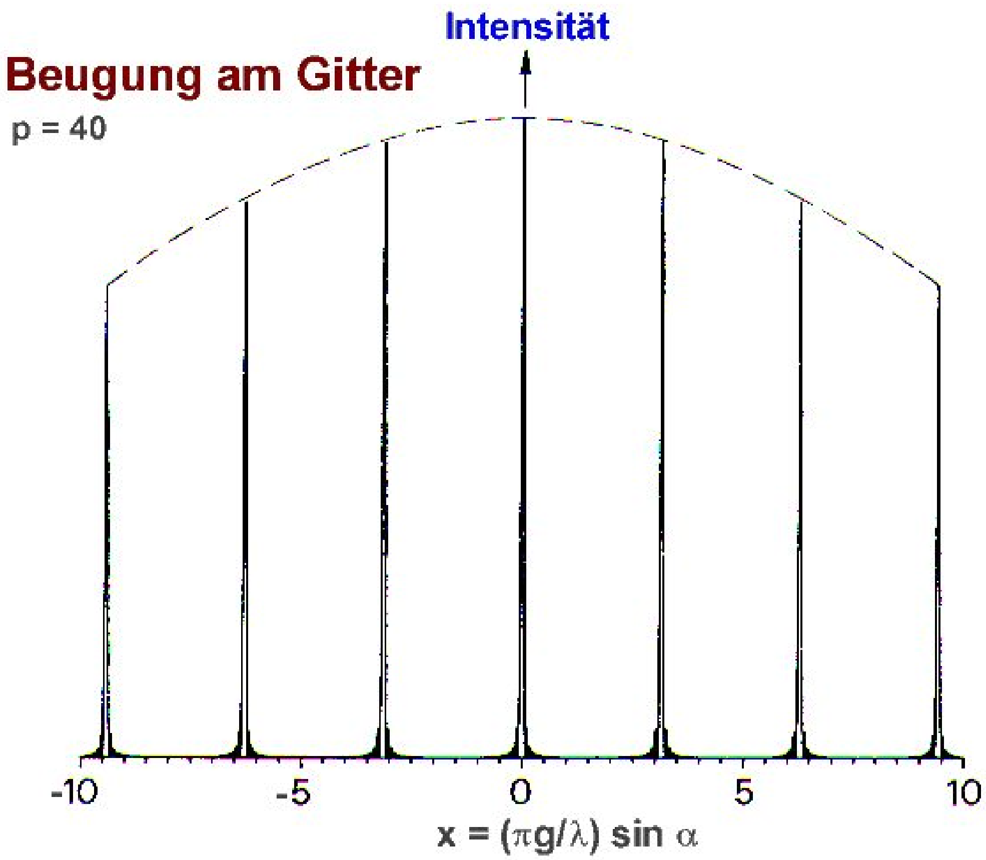


Beugungsbilder: *links* das Beugungsbild von einem Einzelspalt der Breite D $\lambda/2$. Die Intensitäts**minima** treten für $x = \pm\pi$, 2π, 3π ... auf, entsprechend der Bedingung $\sin \alpha_{\mathrm{Min}} = n\lambda/D$, mit $n = \pm1,2,3...$; *rechts* das Bild von **zwei** gleichen Spalten; zum Beugungsbild (einhüllende Kurve) kommt ein **Interferenzmuster** der Strahlen von den beiden Spalten (kosinusförmige Änderung der Amplitude entsprechend dem Abstand d der beiden Spalte).

(3) **Beugung am Gitter**: wir nehmen nun eine große Anzahl von Einzelspalten (*p* Spalte, d.h. $N = p/B$ pro Längeneinheit, wo *B* die Gesamtbreite des Gitters bezeichnet), die nebeneinander stehen, jeweils mit dem Abstand *g* zueinander (*g* = 'Gitter-konstante', d.h. $g = 1/N$). Die Teilwellen von den Spalten geben in der Beobachtungsebene *scharfe*, *gut getrennte* **Hauptmaxima** (0.,1.,2.... Ordnung).



Beugung am Gitter, dargestellt für zwei verschiedene Gitter; *oben* (**a**) für 8 Einzelspalte, *unten* (**b**) für 4 Spalte. Es bilden sich ***Hauptmaxima*** aus, die restlichen Maxima im Interferenzbild werden mit wachsendem *p* zunehmend schwächer. Bei *p* = 4 ist jedes 3. Maximum ein Hauptmaximum, bei *p* = 8 jedes 7. Maximum usw.



Gitterbeugung von einer großen Anzahl von Einzelspalten (p = 40). Die Hauptmaxima sind nun sehr scharf und intensiv, die Nebenmaxima fast unsichtbar. Die einhüllende Kurve (gestrichelt) entspricht dem Beugungsbild der einzelnen Spalte.

Die Bedingung für ein Maximum der n. Ordnung in der Beobachtungsebene ist nun:

$$\sin \alpha_{\mathrm{Max}} = n\lambda/g \; .$$

Beugung am Gitter hat eine wichtige **Anwendung** in der **Wellenlängen-Bestimmung** (Spektroskopie in verschiedenen Bereichen, auch in der Astronomie)

sowie

zur **Strukturbestimmung von Molekülen und Kristallen** (das 'Beugungsgitter' ist dann das mikroskopische Kristallgitter, man verwendet kurzwellige Strahlung wie Röntgenstrahlung, Elektronen oder Neutronen).