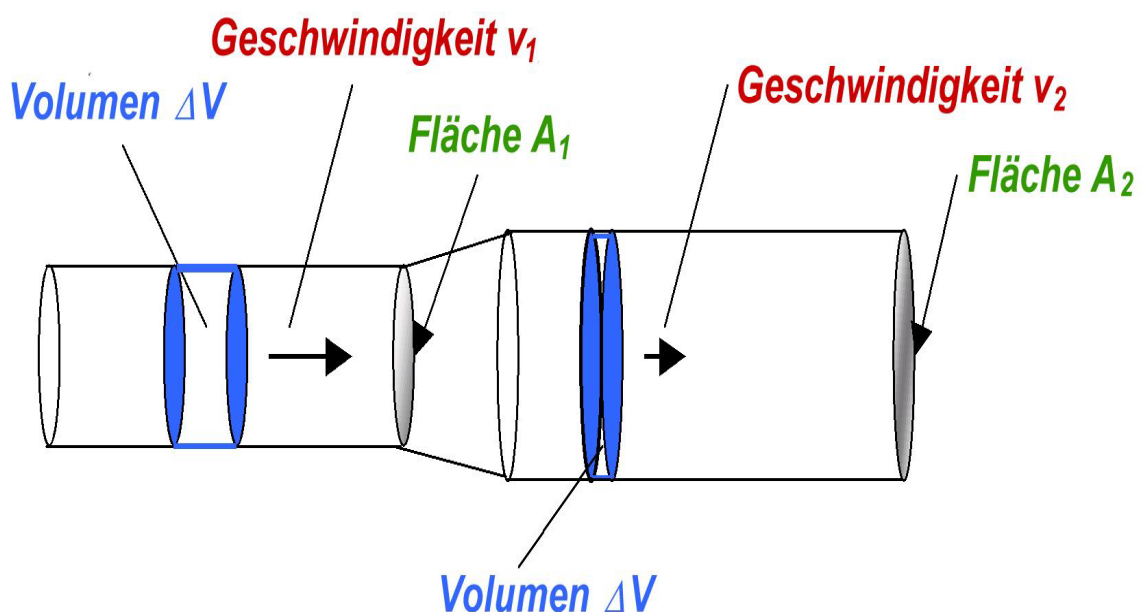


Hydrodynamik: bewegte Flüssigkeiten

Wir betrachten eine **stationäre Strömung**, d.h. die Geschwindigkeit der Strömung an einem gegebenen Punkt bleibt **konstant** im Laufe der Zeit. Außerdem betrachten wir zunächst die Strömung einer **idealen** Flüssigkeit, die nicht komprimierbar ist und ohne Widerstand fließt.

In der strömenden Flüssigkeit herrscht an jeder Stelle einen **Druck**, nun aber heißt er **hydrodynamischer** Druck. Er besteht nicht nur aus **Stempeldruck** und **Schweredruck**, wie in der ruhenden Flüssigkeit, sondern enthält auch einen weiteren Beitrag, der durch die **Strömung** (kinetische Energie!) zustande kommt.

Wir betrachten die Energie eines Probevolumens ΔV an zwei verschiedenen Stellen (1 und 2) innerhalb einer strömenden Flüssigkeit in einem Rohr. Das Rohr soll eine Querschnittsfläche A_1 an Stelle 1 und A_2 an Stelle 2 haben.



Die **Arbeit**, die zur Bewegung des Volumens um eine Strecke Δs_1 bzw. Δs_2 an den Stellen 1 bzw. 2 geleistet werden muß, ist:

$$\begin{aligned}\Delta W &= F_1 \Delta s_1 - F_2 \Delta s_2 \\ &= P_1 A_1 \Delta s_1 - P_2 A_2 \Delta s_2 \\ &= P_1 \Delta V - P_2 \Delta V = (P_1 - P_2) \Delta V ;\end{aligned}$$

Die **Energiedifferenz**, die durch diese Verschiebung entsteht, ist:

$$\Delta E = mg(h_2 - h_1) + 1/2 m(v_2^2 - v_1^2) .$$

Setzen wir die geleistete **Arbeit** gleich die resultierende **Energiedifferenz** (Energieerhaltung!), so erhalten wir:

$$(P_1 - P_2) \Delta V = mg(h_2 - h_1) + 1/2 m(v_2^2 - v_1^2) .$$

oder, mit $m = \rho \Delta V$ ($\rho =$ **Massendichte**), nach Umordnung:

$$[P_1 + \rho gh_1 + \rho/2 v_1^2] \Delta V = [P_2 + \rho gh_2 + \rho/2 v_2^2] \Delta V .$$

Dies heißt, die Größe $[P + \rho gh + \rho/2 v^2]$ ist überall **konstant** (wir können die willkürlich gewählten Stellen 1 und 2 weglassen):

$$[P + \rho gh + \rho/2 v^2] = \text{konst.} = P_0$$

$$[P + \rho gh + \rho/2 v^2] = \text{konst.} = P_0$$

Diese Gleichung nennt man den **Satz von Bernoulli**. Er drückt die **Energieerhaltung** bei der Strömung aus, und gilt streng nur für die **stationäre, ideale Strömung**. Er besagt qualitativ:

'Der Druck einer strömenden Flüssigkeit nimmt ab, wenn sie schneller und/oder aufwärts strömt'.

Die drei Terme in der Bernoulligleichung sind **Stempeldruck**, **Schweredruck** sowie der Druck, der durch die **Strömung** selbst zustande kommt, $(\rho/2) v^2$; dieser wird **Staudruck** genannt. Eine andere Formulierung des Bernoulli-Satzes wäre daher:

*Die Summe von
Stempeldruck, **Schweredruck** und **Staudruck**
(in einer idealen, stationär strömenden Flüssigkeit)
ist konstant.*

Zusammenfassung - Strömung

Volumenstromstärke =

$$I_V = \Delta V / \Delta t \quad \text{bzw.} \quad dV/dt, \quad \text{wobei} \quad I_V = Av$$

A = Querschnittsfläche der Strömung,
 v = Strömungsgeschwindigkeit.

Kontinuitätsgleichung: bei der stationären Strömung ist I_V überall gleich, d.h.

$Av = \text{konst.}$ → *Vergrößerung der Querschnittsfläche erniedrigt die Geschwindigkeit und umgekehrt.*

Bernoulli-Gleichung (Energieerhaltung):

$$P + \rho gh + \rho/2 v^2 = \text{konst.}$$

[Gilt für eine **ideale Strömung**; bei **realer** Strömung ist die Summe des **Stempel-**, **Schwere-** und **Staudrucks** **zeitabhängig** und gegeben durch einen 'Reibungsdruck' $P_R(t)$].

Reale Strömung einer Flüssigkeit der Viskosität η in einem runden Rohr (Hagen-Poiseuille'sches Gesetz):

$$I_V = (\pi/8) (r^4/l) (P_2 - P_1)/\eta$$

oder allgemein: $I_V = \Delta P/R_S$ mit $R_S =$
Strömungswiderstand.

Wärmelehre

Temperatur

In der **Wärmelehre** brauchen wir, zusätzlich zu den drei mechanischen Größen bzw. Einheiten **Länge** (Meter), **Zeit** (Sekunde) und **Masse** (Kilogramm), auch zwei weitere: die **Temperatur** ("Potentialgröße der Wärme") sowie die **Stoffmenge** (Molzahl ν). Wir beginnen mit einer kurzen

Chronik der Temperatur

<u>1700-1720</u>	<i>Newton</i> und <i>Fahrenheit</i> überlegen sich, wie man eine Temperaturskala festlegen kann. <i>Fahrenheit</i> setzt den Siedepunkt von Wasser $t_{sp} = 212^\circ \text{F}$ und den Eispunkt $t_{ep} = 32^\circ \text{F}$, so daß der Lebensbereich der Menschen von etwa 0°F bis 100°F reicht.
<u>1702</u>	<i>Anatons</i> stellt fest, daß der Druck eines Gases mit der Temperatur steigt. Bei ca. $t = -240^\circ$ ginge der Druck gegen Null (absoluter Nullpunkt!).
<u>1738</u>	<i>Bernouilli</i> findet, daß die Temperatur in einem Gas mit dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit der Gasteilchen wächst: Anfang der kinetischen Gastheorie .
<u>1742</u>	<i>Celsius</i> definiert eine Temperaturskala , wonach $t_{sp} = 100^\circ \text{C}$ und $t_{ep} = 0^\circ \text{C}$ sind (moderne Celsiuskala).
<u>1848</u>	<i>Kelvin</i> stellt fest, daß der absolute Nullpunkt $t_{np} = -273,16^\circ \text{C}$ beträgt (durch Messungen an idealen Gasen). Dies definiert die absolute oder Kelvinskala : $T = 0 \text{ K}$ entspricht $t = -273,16^\circ \text{C}$, $1 \text{ K} = 1^\circ \text{C}$.
<u>1908</u>	<i>Heike Kammerlingh Onnes</i> verflüssigt Helium ($T_{sp} = 4,2 \text{ K}$): Beginn der Tieftemperaturphysik .
<u>1911</u>	Kammerlingh Onnes entdeckt bei Quecksilber die Supraleitung .

Wärmemessung: Kalorimetrie

Der **Wärmeinhalt** eines Körpers ist nach der obigen Definition eine eindeutige Funktion seiner **Temperatur** (dies läßt sich für ein **ideales Gas** relativ einfach aus der Mechanik sowie die Gasgleichung ableiten: kinetische Gastheorie). Die Proportionalitätskonstante zwischen Wärmemenge ΔQ und Temperaturänderung ΔT heißt '**Wärmekapazität**' und ist eine Eigenschaft des Materials:

$$C = \Delta Q / \Delta T \quad (\text{Einheit: J/K}) .$$

Die so definierte Wärmekapazität gilt für einen bestimmten **Körper**. Man definiert auch die sog. **spezifische** Wärmekapazität c_m , die auf ein Gramm der Substanz bezogen ist:

$$c_m = C/m$$

(m = Masse des Körpers in g; Einheit: J/g K)

sowie die **molare** Wärmekapazität C_M , die für ein Mol der Substanz gilt:

$$C_M = C/\nu$$

(ν = Molzahl, Einheit von $C_M = \text{J/Mol}\cdot\text{K}$).

Messung der **Wärmekapazität** bzw. einer definierten **Wärmemenge** heißt '**Kalorimetrie**'. Sie wird mithilfe eines **Kalorimeters** durchgeführt, eines Behälters, der möglichst gut von der Umgebung isoliert ist und eine wohlbekannte eigene Wärme-kapazität hat. Probe und Kalorimeter werden mit einer be-kannten Wärmemenge erwärmt (elektrisch, mittels Reibung, oder aus einer chemischen Reaktion) und die resultierende Temperaturerhöhung gemessen.

Alternativ dazu wird die Probe, bei einer bekannten Anfangstemperatur, mit einer **Vergleichssubstanz** bei einer anderen Ausgangstemperatur in Gleichgewicht gebracht und die Endtemperatur gemessen (**Mischkalorimeter**; Vergleichs-substanz häufig Wasser).

Wärme Flüsse

Zwei feste Körper, Flüssigkeiten oder auch zwei Luftvolumina seien miteinander (irgendwie) verbunden. Der eine (Luft-)Körper habe die Temperatur T_1 , der zweite die Temperatur T_2 . Dann „fließt“ Wärmeenergie (Q) von dem einen Körper zu dem Zweiten. Ein Beispiel wäre der Wärmefluss von einem beheizten Raum (z.B. $T_1 = 22^\circ\text{C}$, durch eine Wand zur Außenluft (z.B. $T_2 = -5^\circ\text{C}$) oder die Erwärmung von Wasser auf einer elektrischen aufgeheizten Herdplatte.

Der Rate des thermischen Energieflusses (r_W) bzw. der Wärmefluss (Φ_W) oder Wärmestrom (I_W) ist von hohem (technischen) Interesse. Der Wärmefluss bzw. Wärmestrom I_W ($= r_W = \Phi_W$) ist definiert als:

$$I_W = dQ/dt$$

Für den Wärmestrom zwischen zwei Körpern, deren Temperatur sich um ΔT unterscheidet gilt dann:

$$I_W = \Delta T / L_W$$

wobei L_W die Wärmeleitfähigkeit ist. Das Vorzeichen von ΔT (entweder $T_2 - T_1$ oder $T_1 - T_2$) und damit das Vorzeichen des Wärmestroms ist Definitionssache und sollte so gewählt werden, wie es für die jeweilige Anwendung der obigen Gleichung am Sinnvollsten ist. Wenn anstelle der Wärmeleitfähigkeit (L_W) der Wärmewiderstand ($R_W = 1/L_W$) verwendet wird, dann gilt in Analogie zum Ohm'schen Gesetz der Elektrizitätslehre:

$$I_W = R_W \Delta T$$