

Übungsblatt 7: Lineare und nichtlineare Ausgleichsrechnung (20 Punkte)

12. Dezember 2017

Abgabe bis **14.12.2017** 23:55 Uhr

Hinweis: Zur Lösung von linearen Gleichungssystemen können Sie `np.linalg.solve` verwenden.
Korrekturen sind in rot gekennzeichnet.

Aufgabe 7.1: Lineare Ausgleichsrechnung (10 Punkte)

Gegeben sei eine Datei mit Messwerten `messwerte.txt`, mit t in Sekunden (1. Spalte) und s in Metern (2. Spalte). Die dritte Spalte enthält die Messfehler (in Metern).

An diese Datenpunkte soll die Funktion:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

gefittet werden soll.

- (3 Punkte) Implementieren Sie eine Funktion, welche einen Satz Messwerte als Argument bekommt und einen linearen Fit ohne Wichtung durchführt.
- (3 Punkte) Implementieren Sie eine Funktion, welche einen Satz Messwerte als Argument bekommt und einen linearen Fit mit Wichtung durchführt.
- (2 Punkte) Bestimmen Sie a , v_0 und s_0 mit und ohne Wichtung mittels der von Ihnen implementierten Funktionen und erstellen Sie einen Plot, der die Messwerte, Fehlerbalken und beide Fits beinhaltet. Als Wichtung nehmen Sie den Kehrwert des Messfehlers.
- (2 Punkte) Vergleichen Sie beide Fits miteinander, was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 7.2: Nichtlineare Ausgleichsrechnung (10 Punkte)

In dieser Aufgabe benutzen Sie noch einmal die Daten aus dem Streuexperiment (Tabelle 1 auf Blatt 6). Jetzt versuchen wir eine Gauss-Funktion

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \exp\left(-\left(\frac{x - b_i}{c_i}\right)^2\right).$$

an diese Daten anzufitten und nutzen dafür das Gauss-Newton Verfahren.

- (a) (2 Punkte) Implementieren Sie eine Funktion welche $E, \sigma, f(x)$, **die Ableitung nach den Funktionsparametern** und initiale Funktionsparameter als Argumente nimmt und einen Gauss-Newton-Fit zur Anpassung von $f(x)$ an gegebene Datenpunkte vornimmt.
- (b) (2 Punkte) Fügen Sie Ihrer Implementierung die Option der Dämpfung hinzu, um evtl. die Konvergenz zu verbessern.
- (c) (2 Punkte) Fitten Sie eine Ein-Term Gauss-Funktion ($n=1$) an die Streudaten mit den Anfangsparametern $[a_0, b_0, c_0]$ als i) $[40,50,10]$ und ii) $[100,150,20]$. Vergleichen Sie die gefitteten Parameter, den Restfehler χ^2 und die Anzahl benötigter Iterationen in den beiden Fällen.
- (d) (1 Punkt) Wie ändern sich die gefitteten Parameter, den Restfehler χ^2 und die Anzahl benötigter Iterationen bei Verwendung der Dämpfungsoption?
- (e) (2 Punkte) Fitten Sie eine Zwei-Term Gauss-Funktion ($n=2$) an dieselben Datenpunkte. Versuchen Sie die Anfangsparameter zu erraten (in diesem Fall 6 Parameter) und vergleichen Sie die gefitteten Parameter, den Restfehler χ^2 und die Anzahl benötigter Iterationen mit denen aus Teilaufgabe (c).
- (f) (1 Punkt) Plotten Sie die Fitergebnisse aus Teil (c) und (d) zusammen mit den Datenpunkten.