Übungen zur Theoretischen Physik I   WS 2017/2018 Blatt 11

Abgabetermin: Montag, 15.01.2018, *Anfang* der Vorlesung (**d.h. spätestens 10:15**)

Aufgabe 1: Wirkungsquerschnitt für die Rutherfordstreuung (10 Punkte)

In der Vorlesung hatten wir gezeigt, dass Stoßparameter und Streuwinkel bei der Rutherfordstreuung über

$$b = \frac{GM}{v_\infty^2} \cot\frac{\theta}{2}$$

zusammenhängen. Berechnen Sie hieraus den Wirkungsquerschnitt für die Rutherfordstreuung. (Sie dürfen hier mit den Konstanten des Keplerproblems weiterrechnen, können aber auch die gesamte Rechnung noch einmal durchgehen, um die tatsächlichen Konstanten des Rutherfordproblems zu erhalten.)

Aufgabe 2: Streuung an harter Kugel (5+5+5 Punkte)

Betrachten Sie die Streuung von (punktförmigen) Teilchen an einer harten Kugel mit Radius R.

(a) Zeigen Sie, dass zwischen Stoßparameter b und Streuwinkel θ die Beziehung

$$b = R\cos(\theta/2)$$

besteht.

(b) Berechnen Sie den zugehörigen differentiellen Wirkungsquerschnitt.

(c) Berechnen Sie den sogenannten totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}} = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$.

Aufgabe 3: Reduzierte Masse (15 Punkte)

Stellen Sie die gekoppelten Bewegungsgleichungen für Planet und Sonne auf. Schreiben Sie diese in die neuen Koordinaten $\mathbf{R} = (m\mathbf{r}_E + M\mathbf{r}_S)/(m+M)$ (Schwerpunkt) und $\rho = \mathbf{r}_E - \mathbf{r}_S$ (Relativkoordinate) um. Warum reduziert diese Transformation das Zweikörperproblem auf ein Einkörperproblem? Welche Rolle spielt die sogenannte reduzierte Masse $\mu = mM/(m+M)$ in den resultierenden Bewegungsgleichungen.

Aufgabe 4: Flächen- und Volumenintegrale (5+5 Punkte)

(a) Berechnen Sie das Flächenintegral

$$\int dx\, dy\, \exp\{-\alpha(x^2+y^2)\},$$

wobei der Integrationsbereich der gesamte $\mathbf{R}^2$ sei. Benutzen Sie Ihr Resultat, um das sogenannte Gauss'sche Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp\{-\alpha x^2\}$$

zu berechnen. Berechnen Sie schließlich

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp\{-\alpha x^2 + \beta x\}.$$

Hinweis: Um dieses Integral zu berechnen, können Sie den Exponenten quadratisch ergänzen, $-\alpha x^2 + \beta x = -\alpha(x - \beta/2\alpha)^2 + \beta^2/4\alpha$, und dann geeignet substituieren, um wieder auf das vorherige Integral zu kommen.

(b) Berechnen Sie das Volumenintegral

$$\int dV [x^2 + y^2 + z^2]^{1/2} \tag{1}$$

über die Nordhalbkugel einer Kugel mit Radius R und Mittelpunkt im Koordinatenursprung. x, y, z bezeichnen kartesische Koordinaten.