

Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2017/2018 Blatt 14

Abgabetermin: Montag, 05.02.2018, *Anfang* der Vorlesung (d.h. spätestens 10:15)

Aufgabe 1: Längenkontraktion (10 Punkte)

Ein Stab sei im Inertialsystem S in Ruhe und schließe mit der x -Achse einen Winkel θ ein. Welche Länge hat der Stab für einen Beobachter im Inertialsystem S', das sich relativ zu S mit Geschwindigkeit v in die x -Richtung bewegt.

Aufgabe 2: Mesonen (4+3+3 Punkte)

π^+ -Mesonen haben in ihrem Ruhesystem eine mittlere Lebensdauer von $2,5 \times 10^{-8}$ s.

- (a) Berechnen Sie die Lebensdauer der Mesonen im Laborsystem, relativ zu dem sich die Mesonen mit $v = 0.8c$ bewegen.
- (b) Welche Entfernung legen die Mesonen während einer mittleren Lebensdauer zurück?
- (c) Welche Entfernung hätten Sie ohne relativistische Effekte zurückgelegt?

Aufgabe 3: Tensoren (3+3+4 Punkte)

- (a) Zeigen Sie (in beliebigen Dimensionen), dass der Einheitstensor (d.h. die Einheitsmatrix $\mathbf{1}$) in allen Koordinatensystemen die gleiche Form annimmt.
- (b) Zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass der total antisymmetrische Tensor in zwei Dimensionen

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

in allen Koordinatensystemen dieselbe Form annimmt. Stellen Sie die Verbindung zwischen diesem Ergebnis und der Tatsache her, dass die Fläche $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_z = \sum_{ij} \epsilon_{ij} a_i b_j$ des durch zwei in der xy -Ebene liegende Vektoren \mathbf{a} und \mathbf{b} aufgespannten Parallelogramms invariant unter Drehungen des Koordinatensystems ist.

- (c) Zeigen Sie analog, dass aus der Invarianz des Spatproduktes dreier Vektoren (d.h. des Volumens des aufgespannten Parallelepipeds) unter Drehungen folgt, dass der total antisymmetrische Tensor (3. Stufe)

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & (ijk) \text{ zyklisch} \\ -1 & (ijk) \text{ antizyklisch} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

in drei Dimensionen in allen Koordinatensystemen die gleiche Form annimmt. (Der total antisymmetrische Tensor ist, wie wir bereits gesehen haben, häufig hilfreich, um Rech-

nungen mit Kreuzprodukten zu vereinfachen. Dies beruht auf der Identität $\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$ (Einsteinsche Summenkonvention).

Aufgabe 4: Bewegung in einem expandierenden Universum (10 Punkte)

Zwischen einer Person und der Wand ist ein perfekt elastisches Band der Anfangslänge 1 m gespannt. Am Wandende sitzt auf dem Band ein Käfer. Person und Käfer beginnen zur gleichen Zeit von der Wand wegzulaufen; die Person mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s *, der Käfer mit 1 cm/s auf dem Band. Wird die Person von dem Käfer gebissen? Wenn ja, wann?

* wobei sich das Band entsprechend ausdehnt