

FABRY-PEROT-ETALON

GP II

Stichworte

Beugung und Interferenz; Vielstrahlinterferenz. Interferenzspektrometer; *Fabry-Perot-Interferometer* bzw. *Fabry-Perot-Resonator*; Optische Resonatoren

Ziele des Versuchs

Experimentelle Einführung in das *Fabry-Perot-Interferometer* als wichtigem Bauteil hochauflösender Spektralapparate und der Lasertechnik.

Literatur

[1]: Kapitel 10.1.2, 10.1.3, 10.2.13

[4]: Kapitel 3.4, 3.5

Aufgaben

1. Aufbau und Justierung der Apparatur.
2. Bestimmung des Plattenabstandes eines *Fabry-Perot-Etalons* mit der roten 643,9-nm-Linie von Cadmium und Berechnung der (ungefähren) Interferenzordnung.
3. Relative Bestimmung der Wellenlängen der grünen und der dunkelblauen Linie des Cadmium-Spektrums.
4. Abschätzung der Linienbreite der Interferenzmaxima für die rote Linie und Vergleich mit der erwarteten instrumentellen Linienbreite.

Physikalische GrundlagenVielstrahlinterferenz

Beugungsobjekte mit periodischen Strukturen, wie z.B. das Beugungsgitter, führen zu *Vielstrahlinterferenzen* mit sehr schmalen Interferenzmaxima, die ein hohes

Auflösungsvermögen bei messtechnischen und spektroskopischen Anwendungen ermöglichen.

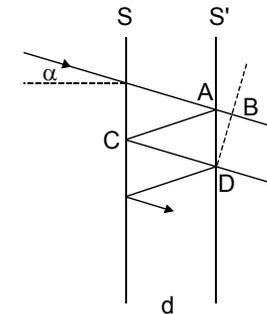
Bei der Beugung und Interferenz an einem Einfach- oder einem Doppelspalt entsteht ein Intensitätsmaximum in einem Aufpunkt durch die Phasengleichheit aller beteiligten Elementarwellen. Eine Abweichung (Verstimmung) von dieser Aufpunkttrichtung verursacht unpassende Gangunterschiede und damit Anteile destruktiver Interferenz, was zu einer Intensitätsabnahme gegenüber dem Maximum und der Ausprägung der entsprechenden Beugungsdiagramme führt (siehe auch Versuch *BEUGUNG UND INTERFERENZ*).

Keht die beugende Struktur periodisch wieder, so vergrößert und vervielfacht sich dieser Gangunterschied gemäß dem Abstand und der Anzahl der Strukturen und bewirkt einen sehr viel schnelleren Abfall der Intensität vom Maximum aus. Vielstrahlinterferenzen sind durch schmale Maxima gekennzeichnet, die durch breite dunkle Zonen getrennt sind (oder entsprechend umgekehrt bei Vielstrahlinterferenzen im reflektierten Licht).

Fabry-Perot-Etalon

Ein *Fabry-Perot-Etalon* ist ein *optischer Resonator*, der aus zwei planparallelen, teilverspiegelten Grenzflächen und einem eingeschlossenen optischen Medium gebildet wird. Eine einfallende, ebene Welle wird durch "Zick-Zack-Reflexionen" in eine Vielzahl kohärenter Teilwellen aufgespalten, die miteinander interferieren und zu Vielstrahlinterferenzen im reflektierten oder im transmittierten Licht führen. In der nachstehenden Abbildung ist der Strahlengang durch einen Etalon skizziert. (Auf die Berücksichtigung von Brechung an den Grenzflächen wurde verzichtet, da durch sie lediglich eine Parallelversetzung der Strahlen bewirkt wird).

In der Abbildung ist eine Wellenfront zweier Strahlen eingetragen, die durch Aufspaltung eines einfallenden Strahls hervorgegangen sind. Als Gangunterschied δ ergibt sich aus einer vergleichsweise einfachen, geometrischen Betrachtung:



$$(1) \quad \delta = \overline{AC} + \overline{CD} - \overline{AB} = 2 d \cos \alpha$$

wenn d der Grenzflächenabstand und α der Einfallswinkel der Strahlung sind.

Der Gangunterschied ist demnach umso kleiner, je größer der Einfallswinkel α ist. Ein zusätzlicher Gangunterschied durch Phasensprünge bei den Reflexionen an den Grenzflächen kann unberücksichtigt bleiben, da er für Transmission zusammen jeweils ein ganzzahlig Vielfaches der Wellenlänge beträgt. Die Interferenzbedingung für konstruktive Interferenz im transmittierten Licht lautet damit:

$$(2) \quad \delta = 2 d \cos \alpha = z \lambda \quad \text{mit} \quad z = 1, 2, 3, \dots$$

wobei Interferenzmaxima entstehen, wenn der Einfallswinkel α oder die Wellenlänge λ der Bedingung (2) genügen. Der Gangunterschied in Einheiten der Wellenlänge wird *Phasengröße* ϕ genannt ($\phi = \delta/\lambda$), die ganzzahligen Werte z von ϕ heißen *Interferenzordnung* des Maximums.

Die hohe Güte eines solchen optischen Resonators und das damit verbundene hohe Auflösungsvermögen (für kleine Spektralbereiche) beruht auf der Vielstrahlinterferenz und der hohen Interferenzordnung bei entsprechend großen Resonatorabmessungen. Bei einem Plattenabstand von 5 mm und einer Wellenlänge von 500 nm beträgt die Interferenzordnung $z = 20\,000$, wobei sich bei einer derart großen optischen Weglänge schon sehr geringe Wellenlängendifferenzen zu destruktiven Gangunterschieden aufsummieren.

Freier Spektralbereich

Der ungestört untersuchbare Wellenlängenbereich eines Spektralapparats wird als *freier Spektralbereich* oder *Dispersionsgebiet* bezeichnet. Beim Etalon können sich zwei benachbarte Maxima durch einen Ordnungsunterschied $\Delta z = 1$ bei gleicher Wellenlänge, oder aber durch eine kleine Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$ bei gleicher Ordnung unterscheiden. Die Interferenzbedingung (2) für eine bestimmte Ordnung lautet für die beiden Fälle:

$$(3) \quad (z+1)\lambda = z(\lambda + \Delta\lambda)$$

Daraus ergibt sich der freie Spektralbereich des Etalons zu:

$$(4) \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda}{z} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{z}$$

Wegen dieses bei großen z vergleichsweise kleinen Dispersionsgebiets eignet sich der *Fabry-Perot-Etalon* bevorzugt zur Untersuchung nahezu monochromatischen Lichts oder zur Feinuntersuchung enger Wellenlängenbereiche nach einer Vorzerlegung. Im Praktikum wird ein Etalon zur Untersuchung der *Zeeman-Aufspaltung* atomarer Zustände in homogenen Magnetfeldern eingesetzt (Versuch *ZEEMAN-EFFEKT*).

Fabry-Perot-Spektrometer

In der Anwendung als Spektrometer werden der Etalon mit divergentem Licht beleuchtet, und die zu einer bestimmten Interferenzordnung gehörenden parallelen Strahlen mit einer Sammellinse auf eine Beobachtungsebene abgebildet. Aufgrund der Rotationssymmetrie der optischen Anordnung erhält man in der Brennebene der Linse konzentrische Ringe gleicher Neigung (*Haidingersche Ringe*; *Wilhelm Ritter von Haidinger*, 1795-1871; östr. Geologe und Mineraloge). Setzt man für den Neigungswinkel α und $\cos \alpha$ näherungsweise:

$$(5) \quad \alpha = \frac{r}{f} \quad \text{und} \quad \cos \alpha = 1 - \frac{1}{2} \alpha^2$$

wobei f die Brennweite der Linse ist, so ergibt sich für die Interferenzbedingung (2):

(6)

$$z = \frac{2d}{\lambda} \left[1 - \frac{r^2}{2f^2} \right] \quad \text{oder} \quad \frac{2d}{\lambda} \approx z \left[1 + \frac{r^2}{2f^2} \right]$$

Bei bekannter Linsenbrennweite f enthält (6) die Größen λ , d und z . Misst man wenigstens zwei Radien des Ringsystems, so erhält man zwei Gleichungen des Typs (6) und kann die Ordnung z eliminieren. Bezeichnet man den innersten beobachtbaren Ring mit dem Index 0 (das Ringzentrum wird im Allgemeinen kein Interferenzmaximum darstellen), und die Folgeringe mit dem Index i ($i=1,2,3,\dots$), so folgt aus (6)

$$(7) \quad d = i \frac{\lambda f^2}{r_i^2 - r_0^2}$$

Relative Wellenlängenmessungen sind auch ohne Kenntnis von d oder z möglich. Sie r und r' die Radien einer Ordnung zu den Wellenlängen λ und $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$, so folgt aus (6) in Näherung:

$$(8) \quad \Delta\lambda \approx \frac{\lambda}{2f^2} (r^2 - r'^2)$$

Die Genauigkeit ist dabei (neben dem Fehler der Brennweite f) durch die Messgenauigkeit der Radien bestimmt, und das oben erwähnte hohe Auflösungsvermögen des Etalons kommt jetzt nicht zum Tragen. Das liegt daran, dass aus (6) die Ordnung z eliminiert wurde, die aber den wesentlichen Bestandteil dieser Beziehung darstellt (im Klammerterm ist $r^2/2f^2 \ll 1$).

Zur genauen und absoluten Wellenlängenbestimmung muss der Etalon kalibriert werden, d.h. der Plattenabstand muss möglichst genau und die Ordnungen exakt bestimmt werden. Dazu werden mehrere sehr gut bekannte Wellenlängen herangezogen und die gemessenen Radien der Ringe einer bestimmten Ordnung mit Anfangswerten für d und z in (6) eingesetzt, so dass man ein Gleichungssystem für die verschiedenen Wellenlängen erhält. Bei der Auswertung werden dann die Anfangswerte für d und z variiert, bis das Gleichungssystem in sich die größte Übereinstimmung zeigt (Minimum für die Summe der Abweichungsquadrate).

Auflösungsvermögen des Fabry-Perot-Etalons

Die genaue Intensitätsverteilung in der Umgebung eines Interferenzmaximums in Abhängigkeit von der Phasengröße ϕ hängt vom Transmissionsgrad T und Reflexionsgrad R der Platten ab und wird durch die *Airy-Formel* (*Sir George Bidell Airy*, 1801-1892; engl. Mathematiker und Astronom) beschrieben:

$$(9) \quad \frac{I}{I_0} = \left[\frac{T}{1-R} \right]^2 \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \phi \pi}$$

Daraus lässt sich die Halbwertsbreite $2\Delta z$ der Interferenzmaxima bestimmen. Für kleine Winkel erhält man wiederum näherungsweise:

$$(10) \quad 2\Delta z = \frac{1-R}{\pi \sqrt{R}}$$

Bei einem Plattenabstand von 5 mm und einem Reflexionsgrad von etwa 92 % (Silberspiegel) ergibt sich $2\Delta z = 0,026$, also eine Breite von etwa 3 % des Ringabstands. Die dem Ordnungsabstand entsprechende Wellenlängendifferenz (freier Spektralbereich) ist durch (4) gegeben. Setzt man die volle Breite $2\Delta z$ als Kriterium für das Auflösungsvermögen, so folgt:

$$(11) \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda}{z} 0,026 = 0,0007 \text{ nm} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2 \cdot 10^{-6}$$

Linienbreite optischer Übergänge

In klassischer Betrachtung ist ein strahlendes Atom ein gedämpfter harmonischer Oszillator, der durch die Abstrahlung seine Energie laufend verliert. Das zugehörige Frequenzspektrum hat dann die Form einer Glockenkurve, deren Breite durch die Dämpfungskonstante (*Abklingkonstante*) bestimmt wird. Im quantenmechanischen Bild entspricht der Abklingkonstanten die *mittlere Lebensdauer* des Systems und die endliche Linienbreite erklärt sich aus der *Heisenbergschen Unschärferelation* (*Werner Heisenberg*, *1901; dt. Physiker). Die Abklingkonstante optischer Übergänge liegt in der Größenordnung von 10^{-8} s, woraus als natürliche Linienbreite ein Wert von etwa 10^5 nm folgt.

Unter realen Bedingungen werden die Linien durch eine Reihe von Einflüssen zusätzlich verbreitert. In einem Ensemble von Atomen werden durch Stöße untereinander oder mit Fremdatomen die mittleren Lebensdauern verkürzt (*Druckverbreiterung*). Wegen der thermischen Bewegung der Atome treten bei der Abstrahlung aufgrund des *Doppler-Effekts* (*Christian Doppler*, 1803 1853; östr. Physiker und Mathematiker) Linienverschiebungen auf, die wegen der statistischen Verteilung der Geschwindigkeit zu einer Verbreiterung führen (*Doppler-Verbreiterung*). Zusätzlich gibt es unter verschiedenen Bedingungen eine Reihe weiterer, komplizierter Wechselwirkungsprozesse, die Linienverbreiterungen verursachen können.

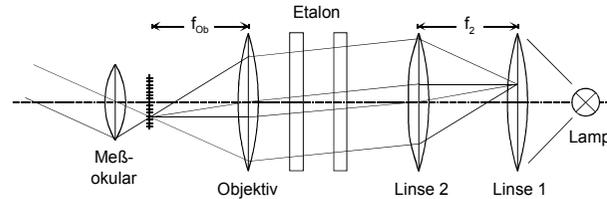
Apparatur und Geräte

Optische Bank (Dreikantschiene); Cd-Spektrallampe mit Netzgerät; Beleuchtungslinse, Kollimatorlinse, Irisblende, Fabry-Perot-Etalon, Objektiv, Meßokular. Farbfilter (rot, blau, grün)

Versuchsdurchführung und Auswertung

Zu Aufgabe 1 (Aufbau und Justierung)

Der Strahlengang entspricht der folgenden Abbildung.



Die Beleuchtungslinse (Linse 1) entspricht dem Eintrittspalt konventioneller optischer Strahlengänge und erfüllt zwei Funktionen. Sie stellt zum einen eine von der Lampe gleichmäßig ausgeleuchtete Fläche als *sekundäre Flächenlichtquelle* dar, aus der mit Hilfe der Kollimatorlinse (Linse 2) Parallelstrahlenbündel unterschiedlicher Neigung erzeugt werden. Zum anderen wird mit Linse 1 die Lampe in etwa in den Etalon abgebildet und so eine hohe Intensität des Interferenzdiagramms erreicht. Zusätzlich ist eine Irisblende vorhanden, mit der die Strahlen zur Verbesserung der Abbildung auf den achsennahen Bereich eingegrenzt werden können.

Das Objektiv bildet das Interferenzdiagramm in die Beobachtungsebene eines Messokulars ab (Okularmikrometer), wo die Durchmesser der Interferenzringe direkt gemessen werden können.

Die Justierung des Strahlenganges ist insgesamt unkritisch. Wichtig sind eine sorgfältige Fokussierung des Beugungsdiagramms, die wegen der unscharfen Intensitätsverteilung des Beugungsdiagramms subjektiv schwierig ist, und eine korrekte Höhenjustierung zur Zentrierung des Messokulars auf das Ringsystems.

Zur Vorselektion der zu untersuchenden Linien des Cd-Spektrums sind Farbfilter vorhanden.

Zu Aufgabe 2 (Plattenabstand) und 3 (Wellenlängen der grünen und blauen Linien)

Bei dem eingeschalteten Farbfilter werden die Positionen der links- und rechtsseitigen Ringe mit abnehmender Interferenzordnung ausgemessen. Die Beobachtung der Interferenzdiagramme der grünen und der blauen Linie ist wegen einer nicht einwandfreien Vorselektion durch die Farbfilter physiologisch nicht unproblematisch und bedarf einiger Gewöhnung.

Zur Auswertung werden nach (7) bzw. (8) die Quadrate der Radien gegen die Laufzahl aufgetragen. Aus den Anstiegen der erwarteten Geraden können für die "bekannte" rote Linie der Plattenabstand und danach für die grüne und die blaue Linie die Wellenlängen bestimmt werden.

Zu Aufgabe 4 (Linienbreite)

Die Linienbreite der Strahlung (der roten Linie) kann wegen des nichtlinearen Ansprechvermögens des Auges nur abgeschätzt werden. Die Messung wird ebenfalls nach (8) ausgewertet und das Ergebnis mit der instrumentellen Linienbreite nach (10) verglichen und diskutiert, wobei der Reflexionsgrad R des vorhandenen Etalons mit 80 % angenommen werden soll.

Welchen zusätzlichen experimentellen Einfluss gibt es auf die beobachtete Linienbreite?