T1 Thermische Isolierung

T1.1 Einführung

Warum tragen wir im Sommer und im Winter Kleidung aus unterschiedlichen Materialien und unterschiedlicher Dicke? Warum hat die Kleidung der Astronauten als oberste Schicht eine dünne Aluminiumhaut? Die diesen Fragen zugrunde liegenden Mechanismen des Wärmetauschs zwischen einem System und seiner Umgebung sollen an einem einfachen Beispiel untersucht werden.
Von einem Körper wird Wärmeenergie auf drei Arten an die (kältere) Umgebung abgegeben:

- durch Konvektion (Wärmetransport, der mit Materietransport verbunden ist);
- durch Wärmeleitung (in Materie, jedoch ohne Materietransport);
- durch Wärmestrahlung (elektromagnetische Strahlung).

Geben Sie Beispiele für diese verschiedenen Transportmechanismen an.
Bei den vier im Versuch verwendeten und mit Wasser gefüllten Gefäßen werden von Gefäß zu Gefäß die Möglichkeiten des Wärmeaustauschs ausgeschaltet (siehe Tabelle T1.1).

Tabelle T1.1: Arten des Wärmeaustauschs in unterschiedlichen Glasgefäßen: Gefäß 1 = einfaches Glasgefäß; Gefäß 2 = doppelwandiges Glasgefäß; Gefäß 3 = doppelwandiges Glasgefäß (evakuiert); Gefäß 4 = Dewargefäß (doppelwandig, evakuiert und verspiegelt).

	Wärmeaustausch durch		
	Konvektion	Wärmeleitung	Wärmestrahlung
Gefäß 1	ja	ja	ja
Gefäß 2	nein	ja	ja
Gefäß 3	nein	nein	ja
Gefäß 4	nein	nein	nein

Bei allen Gefäßen wird zusätzlich Wärme über die Wasseroberfläche abgegeben. Die Gefäße sollten daher die gleiche Querschnittsfläche haben, damit dieser Störeffekt in allen Fällen gleich groß ist[1].
Das Ziel des Versuchs ist es, aus den verschiedenen Geschwindigkeiten, mit denen sich das Wasser in den Gefäßen abkühlt, abzuschätzen, wie viel die einzelnen Mechanismen (Konvektion, Wärmeleitung und Wärmestrahlung) zum Temperaturausgleich beitragen.

[1] Im Versuch hat Gefäß 1 eine etwas kleinere Querschnittsfläche als die anderen Gefäße. Der dadurch hervorgerufene Fehler kann aber bei der Auswertung vernachlässigt werden.

T1.2 Grundlagen

Da die Abkühlungsgeschwindigkeit eines Körpers nur von der Temperaturdifferenz zu seiner Umgebung abhängt, ist es zweckmäßig, mit der zeitabhängigen Differenz zwischen Wassertemperatur $T(t)$ und Umgebungstemperatur T_U, der so genannten Übertemperatur $\theta(t) = T(t) - T_\mathrm{U}$, zu rechnen.
Ein Körper kühlt umso schneller ab, je größer die Temperaturdifferenz zur Umgebung ist:

$$-\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \sim \theta\,. \tag{T1.1}$$

Diese Proportionalität lässt sich mathematisch durch die Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = -a \cdot \theta \tag{T1.2}$$

beschreiben. Das Minuszeichen besagt bei positiv eingeführter Konstante a, dass es sich mit fortschreitender Zeit um eine Abnahme der Temperatur handelt ($\mathrm{d}t > 0$ und $\mathrm{d}\theta < 0$). Eine Funktion, die die Gleichung (T1.2) erfüllt, ist die Exponentialfunktion

$$\theta(t) = \theta(0) \cdot \mathrm{e}^{-a \cdot t}\,, \tag{T1.3}$$

mit $\theta(0) = \theta(t = 0)$. Trägt man für die vier Gefäße die gemessenen Übertemperaturen als Funktion der Zeit t auf, sollten sich fallende Exponentialfunktionen ergeben, die umso flacher verlaufen, je besser die Isolierung des jeweiligen Gefäßes ist (siehe Abbildung T1.1A).
Ein Maß für die Wirksamkeit der Isolierung ist die Konstante a in der Exponentialfunktion in (T1.3); sie gibt an, wie schnell die Temperatur mit der Zeit abfällt. Die Konstante a heißt Abkühlrate; ihre Einheit ist $[a] = \mathrm{min}^{-1}$.

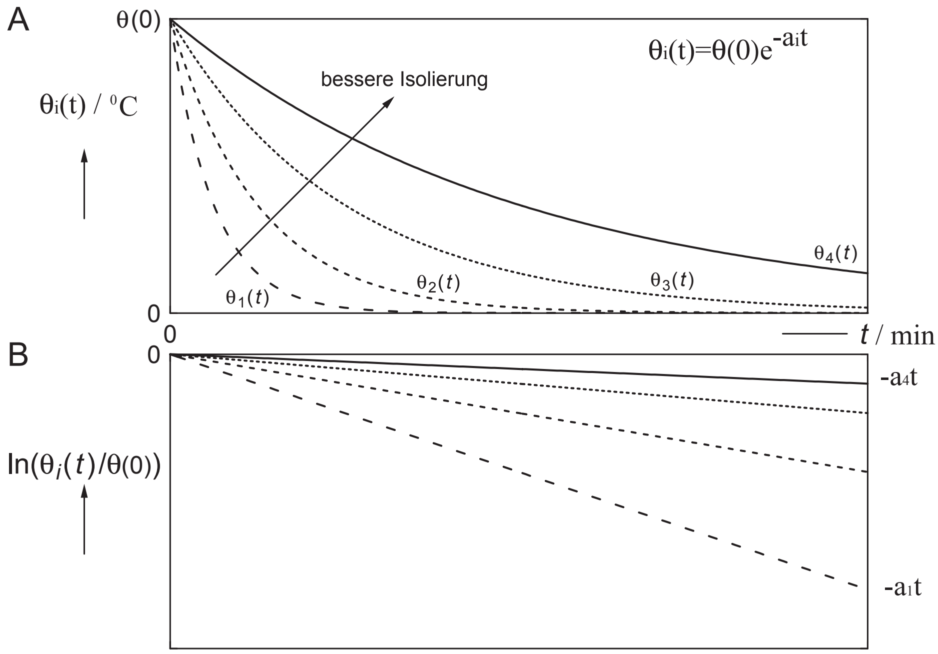

Abbildung T1.1: (A) Graphische Darstellung der Exponentialfunktion $\theta_i(t) = \theta(0) \cdot \mathrm{e}^{-a_i \cdot t}$ für vier verschiedene Werte $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$. (B) Auftragung der Funktionen $\ln(\theta_i(t)/\theta(0))$ gegen die Zeit t.

Da man aus der graphischen Darstellung der Exponentialfunktion die Konstante a schlecht ablesen kann, bedient man sich einer mathematischen Umformung, durch die sich der Abkühlprozess linear (d. h. als Gerade) darstellen lässt (siehe Abbildung T1.1B). Aus (T1.3) folgt durch Umformung und anschließender Logarithmierung:

$$\frac{\theta(t)}{\theta(0)} = \mathrm{e}^{-a\cdot t} \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta(0)}\right) = -a \cdot t\,. \tag{T1.4}$$

Als Steigung der Geraden erhält man die negativen Abkühlraten $-a_1, \ldots, -a_4$ der vier verschiedenen Gefäße (die Steigungsdreiecke zur Bestimmung der Geradensteigung sollten möglichst groß sein, damit die Fehler von $a_1, \ldots a_4$ klein bleiben, vgl. Übung Ü2).
Die Wärmeenergie Q, die ein Körper der Masse m und der spezifischen Wärmekapazität c abgibt, wenn er sich um eine Temperaturdifferenz θ abkühlt, ist

$$Q = c \cdot m \cdot \theta\,. \tag{T1.5}$$

Da sich in diesem Versuch die Übertemperatur $\theta(t)$ mit der Zeit ändert (kleiner wird), ändert sich auch die abgegebene Wärmeenergie $Q(t)$. Die Änderung $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$ bezeichnet man als Wärmestrom oder Wärmestromstärke. Es gilt also

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = c \cdot m \cdot \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \quad \overset{T1.2}{\Longrightarrow} \quad \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -a \cdot c \cdot m \cdot \theta\,. \tag{T1.6}$$

Im Experiment füllt man in alle Gefäße die gleiche Wassermenge. Dann kann man für eine bestimmte Übertemperatur (diese muss für alle vier Gefäße gleich sein) die Wärmeströme anhand der Abkühlraten $a_1, \ldots, a_4$ vergleichen. Gefäß 1 und 2 unterscheiden sich z. B. gerade dadurch, dass bei Gefäß 2 die Konvektion ausgeschaltet ist. Die Differenz der Wärmeströme

$$\frac{\mathrm{d}Q_1}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}Q_2}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Q_\mathrm{K}}{\mathrm{d}t} \sim (a_1 - a_2) \tag{T1.7}$$

ergibt den durch Konvektion verursachten Wärmestrom $\mathrm{d}Q_\mathrm{K}/\mathrm{d}t$, der der Differenz der Abkühlraten proportional ist. Entsprechend kann man die anderen Wärmeströme $\mathrm{d}Q_\mathrm{L}/\mathrm{d}t$ (Wärmeleitung) und $\mathrm{d}Q_\mathrm{S}/\mathrm{d}t$ (Wärmestrahlung) ermitteln.

T1.3 Aufgabenstellung

Füllen Sie die vier Gefäße mit jeweils gleicher Wassermenge der Temperatur von etwa 70°C und warten Sie bis die Thermometer in den Gefäßen nicht mehr weiter steigen. Messen Sie die Raumtemperatur T_U und kontrollieren Sie in regelmäßigen Abständen, ob sie konstant bleibt. Messen Sie zehn Mal in Abständen von fünf Minuten die Wassertemperaturen in allen vier Gefäßen.

Auswertung

1. Stellen Sie $\ln(\theta(t)/\theta(0))$ als Funktion der Zeit t graphisch dar, und bestimmen Sie daraus die Abkühlraten a_1 bis a_4.

2. Berechnen Sie die Wärmeströme der vier Gefäße für eine Wassermenge der Masse $m =$ 500 g (spezifische Wärmekapazität von Wasser: $c = 4.2$ Ws/(gK)) und für eine Übertemperatur von 50°C.

3. Vergleichen Sie anhand dieser Wärmeströme die Effektivität der verschiedenen Isoliermaßnahmen.