

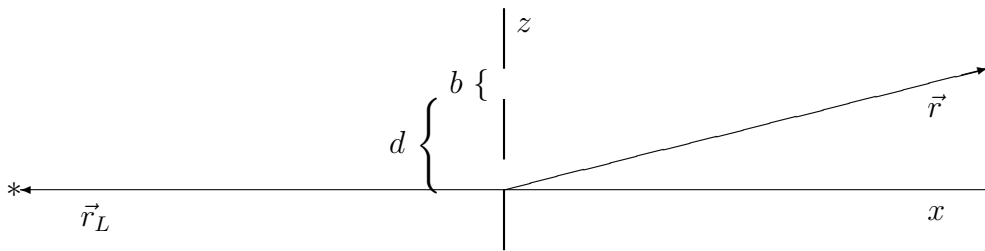
Übungen zur Vorlesung „Theoretische Physik 3“

Blatt 9 15.12.2010 WS 10/11

23. Beugung am Gitter

2 Punkte

Man berechne für eine Fraunhofersche Anordnung die Beugung an N Spalten der Breite b im Abstand d , die in einer Ebene liegen. Man diskutiere die Intensitätsverteilung bei senkrechtem Einfall in Abhängigkeit der Parameter b , d und Nd getrennt.



24. Hertzscher Dipol

- a) Man bestimme die Ausstrahlung eines Dipols vom Moment p_0 der, in einer Ebene mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω rotiert: **1 Punkt**

$$\vec{p} = p_0 \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

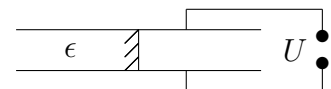
Anleitung: Mit Hilfe der retardierten Potentiale bestimme man die Felder \vec{E} , \vec{B} und den Poyntingschen Vektor in der Fernzone. Man berechne die Energieabstrahlung durch Zerlegung der Rotationsbewegung in zwei orthogonale harmonische Bewegungen.

- b) Ein klassisches Modell des Wasserstoffatoms sei durch ein um den Kern kreisendes Elektron (analog einer Keplerbahn) gegeben. Man schätze die Zeit ab, nach der das Elektron in den Kern stürzt. **1 Punkt**

Anleitung: Man vergleiche die kinetische Energie des Elektrons mit der Energieabstrahlung nach a). Siehe auch Aufgabe 4.

25. Kräfte auf ein Dielektrikum im elektrischen Feld

Ein Kondensator (Plattenabstand d , Fläche $\gg d^2$) sei zur Hälfte mit einem Dielektrikum gefüllt. Welcher Druck wirkt auf die Grenzfläche? Man benutze:



- a) die Kraftdichte $\vec{f}_{el} = \rho \vec{E} - \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2 \vec{\nabla} \epsilon$, **1 Punkt**

- b) den Maxwell'schen Spannungstensor $T_{ij} = D_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} \vec{D} \cdot \vec{E}$. **1 Punkt**

Anleitung: Zeige, daß das elektrische Feld homogen innerhalb und außerhalb des Dielektrikums ist.

Zusatzaufgabe: Wieso tritt eine Kraft senkrecht zum elektrischen Feld auf? Wie sieht das Problem mikroskopisch aus? **1 Punkt**

Abgabetermin: Mi den 5.1. 2011 in der Vorlesung

Siehe auch: <http://users.physik.fu-berlin.de/~kamecke/lehre.html>

Anleitung zur Lösung

23. Beugung am Gitter

Kirchhoff-Formel

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r}) &= \frac{ikc_L}{4\pi} \left(\frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{r}_L}{r_L} \right) \cdot \int d\vec{f}' \exp \left(-ik\vec{r}' \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r} + \frac{\vec{r}_L}{r_L} \right) \right) \\ &= -\frac{ikc_L}{4\pi} \left(\frac{x}{r} + 1 \right) \frac{1}{rr_L} e^{ik(r+r_L)} \underbrace{\int dy' e^{-iky'y'/r}}_{\text{uninteressant}} \underbrace{\int dz' e^{-ikzz'/r}}_I \\ I &= \sum_{n=0}^{N-1} \int_{nd}^{nd+b} dz' e^{-ikzz'/r} = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-ikznd/r} \int_0^b dz' e^{-ikzz'/r} = \frac{e^{-ikzNd/r} - 1}{e^{-ikzd/r} - 1} \frac{e^{-ikzb/r} - 1}{ikz/r} \\ |\psi(\vec{r})|^2 &\propto \frac{\sin^2 \frac{kzNd}{2r}}{\sin^2 \frac{kzd}{2r}} \frac{\sin^2 \frac{kzb}{r}}{(kz/r)^2} = G(z)S(z) \end{aligned}$$

24. Hertzscher Dipol

a) $\ddot{\vec{p}} = -\omega^2 \vec{p}$

$$\dot{W} = \frac{\mu_0}{6\pi c} \ddot{\vec{p}}^2 = \frac{\mu_0}{6\pi c} \omega^4 p_0^2$$

b) Aufgabe 4. $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e_0^2}{a_0^2} = 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$

$$E_H = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ma_0^2\omega^2, \quad \dot{W} = \frac{\mu_0 a_0^2 e_0^2 c^4}{6\pi c} \left(\frac{2E_H}{mc^2 a_0^2} \right)^2 = \frac{8}{3}cF \left(\frac{E_H}{m^2 c^2} \right)^2$$

$$\frac{E_H}{\dot{W}} = \frac{6\pi cm^2 a_0^2}{\mu_0 e_0^2 4E_H}$$

mit $E_H \approx 10 \text{ eV} \approx 10^{-18} \text{ J}$, $m^2 c^2 \approx 0.5 \cdot 10^6 \text{ eV}$, $c = 8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\dot{W} = \frac{8}{3} 8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} 8 \times 10^{-8} \text{ N} \left(\frac{10 \text{ eV}}{0.5 \cdot 10^6 \text{ eV}} \right)^2 = 7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$t = \frac{E_H}{\dot{W}} \approx 10^{-11} \text{ s}$$

25. Kräfte auf ein Dielektrikum im elektrischen Feld

$\vec{E} = \vec{e}_z E$, $E = U/d$ überall im Kondensator.

a) Volumen V in Umgebung der Grenzfläche ($x = 0$)

$$\text{Druck} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \frac{1}{\text{Fläche}} \vec{e}_x \int_V d^3x \vec{f}_{el} = \int_{-\delta}^{\delta} dx f_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (\epsilon - 1)$$

b) Maxwell'schen Spannungstensor $T_{ij} = D_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -DE & & \\ & -DE & \\ & & DE \end{pmatrix}$.

$$F_k = \int_{\partial V} dA_i T_{ik} - \frac{d}{dt} \int_V d^3x (\vec{D} \times \vec{B})_k = \int dy \int dz (T_{xx}(\delta) - T_{xx}(-\delta))$$

$$\text{Druck} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{e}_x}{\text{Fläche}} = T_{xx}(\delta) - T_{xx}(-\delta) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (\epsilon - 1)$$