Übungen Brückenkurs — Blatt 2

Bei Zeitmangel, reicht es aus, von den Aufgaben 3, 4, 6, 7 und 8 eine Unteraufgabe Ihrer Wahl zu bearbeiten.

Aufgabe 0 ist als Zusatzaufgabe gedacht, falls Ihnen die Aufgaben 1-8 schwierig erscheinen. Bitte entscheiden Sie selbst, ob es sinnvoll ist, sie vor den anderen Aufgaben noch zu bearbeiten.

Aufgabe 0:

(a) Zeichnen Sie die Funktionen $f_1(x) = x^3$, $f_2(x) = (x-3)^3$, $f_3(x) = (x-3)^3 + 4$ und $f_4(x) = x^3/3 + x^2 - 3x$ sowie Ihre 1. und 2. Ableitungen. Zeigen Sie, wie die entsprechenden Nullpunkte, Extremwerte und Wendepunkte miteinander zusammenhängen.

(b) Zeichnen Sie die Funktionen $f_1(x) = x^2$ und $f_2(x) = \sqrt{x}$ sowie ihre Umkehrfunktionen.

Aufgabe 1: Differenzieren Sie

(a) $f(x) = \left(1 - 3x^2\right)^4$

(b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 2}$

(c) $f(x) = \dfrac{1-x}{\sqrt{x}}$

(d) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$

(e) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x} - 1}$

Aufgabe 2: Skizzieren Sie $f(x)$ und $f'(x)$ für die folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = 1 - 2x$

(b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

(c) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$

Aufgabe 3: Skizzieren Sie die Funktionen und bestimmen Sie eventuelle Hoch- und Tiefpunkte

(a) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

(b) $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2+1}$

(c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$

Aufgabe 4: Skizzieren Sie die Funktionen und bestimmen Sie eventuelle Wendepunkte.

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + a^2}$

(b) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 1}$

Aufgabe 5: Bilden Sie die Ableitungen von

(a) $\sin(x^2)$

(b) $\sin^2 x$

(c) $\sin[a\,\cos(bx)]$

Aufgabe 6: Skizzieren Sie $f(x)$ und $f'(x)$ für die folgenden Funktionen:

(a) $x^2 e^{-x}$

(b) $e^{-a\,x^2} \qquad (a > 0)$

(c) $\dfrac{1}{e^x + 1}$

Aufgabe 7: Bestimmen Sie Verlauf und eventuelle Extrema von

(a) $x\,\ln x$

(b) $\ln \dfrac{x}{(x+1)^2}$

Aufgabe 8:

Die Umkehrfunktionen der Hyperbelfunktionen heißen arsinh$x$, arcosh$x$, artanh$x$ und arcoth$x$. Berechnen Sie die Ableitungen von arsinh$x$ und arcosh$x$ mit Hilfe der Ableitungsregel für Umkehrfunktionen.