

KLAUSUR ZUR THEORETISCHEN PHYSIK I (LAK)

Wintersemester 2019/20, Donnerstag, 6.2.19, 10:15 Uhr

Sie schreiben bitte ausschließlich auf das zusätzlich verteilte Papier!

Benutzen Sie wahlweise Vorder- oder Rückseiten oder beides.

Beginnen Sie für jede Aufgabe eine neue Seite! (Egal ob Vorder- oder Rückseite)

Am Ende befindet sich eine Formelsammlung.

Punkte: 7 / 6 / 8 / 6

Summe: 27 (bestanden ab 13,5 Punkten)

Aufgabe 1: Grundwissen (7 Punkte)

a, b, ρ_0 und t_0 sind Konstanten mit positiven Werten.

1. Berechnen Sie: (0.5 Punkte)

$$\frac{1}{2a} - \frac{1}{3a}$$

2. Schreiben Sie eine quadratische Funktion mit den Nullstellen bei $x_1 = 2$ und $x_2 = 3$ in der Form $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$. (1 Punkt)

3. Beschreiben Sie in 2-3 sinnvollen zusammenhängenden Sätzen (ohne Formeln) den Zusammenhang der Begriffe:

Zeit, Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung. (1 Punkt)

4. Berechnen Sie die Masse M eines Würfels der Seitenlänge a und der Massendichte $\rho(x, y, z) = \rho_0 x^2/a^2$, der mit einer Ecke im Koordinatenursprung liegt. Es soll für alle Punkte des Würfels gelten: $0 < x, y, z < a$. (1 Punkt)

5. Ein Punktteilchen der Masse m ist beschrieben durch den zeitabhängigen Ortsvektor $\vec{r}(t) = (at/t_0, bt^2/t_0^2, at/t_0)$ (mit den Längeneinheiten a und b , der Zeiteinheit t_0 und der Zeit t). Welche Kraft wirkt auf dieses Teilchen? (1 Punkt)

6. Definieren Sie allgemein den Begriff "Zustandsgröße" aus der Thermodynamik. Nennen Sie zwei Zustandsgrößen des idealen Gases. (1.5 Punkte)

7. Sind die folgenden vier Größen **Vektoren** aus R^3 ? (mit: ja / nein oder j/n) (1 Punkt)

a.) Zeit, b.) Potenzial, c.) Skalarprodukt d.) Schwingungsfrequenz

Nicht raten! Falsche Antworten ergeben Minuspunkte (innerhalb dieser Teilaufgabe)

Aufgabe 2: Kraft und Arbeit (6 Punkte)

Alle Einheiten wurden hier der Einfachheit halber auf 1 gesetzt. Das Problem ist damit absichtlich dimensionslos formuliert.

Gegeben ist das Kraftfeld:

$$\vec{F} = (yz, xz + y^2, xy).$$

a.) Zeigen Sie, dass dieses Kraftfeld konservativ ist. (1,5 Punkte)

b.) Berechnen Sie das Potenzial (potenzielle Energie) dieses Kraftfeldes mit der Zusatzbedingung $V = 0$ an $\vec{r} = (1, 1, 1)$. (2 Punkte)

c.) Berechnen Sie die Arbeit, um einen Körper vom Punkt $(1, 2, 1)$ zum Punkt $(2, 1, 0)$ zu befördern. Muss man die Arbeit aufbringen oder wird sie frei? (1 Punkt)

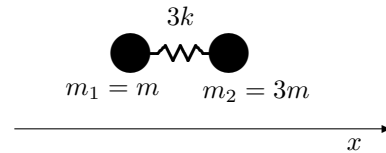
d.) Entlang welcher Achsen (x -Achse, y -Achse, z -Achse) kann ein Körper in diesem Kraftfeld bewegt werden, ohne dass man dabei physikalische Arbeit verrichtet (mit Begründung)? (1,5 Punkte)

1/2 Zusatzpunkt, wenn Sie (weitgehend) richtig rechnen und erklären.

Bitte wenden

Aufgabe 3: Gekoppelte Schwingungen (8 Punkte)

m und k sind Konstanten mit positiven Werten.



Gegeben sind 2 Massen $m_1 = m$, $m_2 = 3m$, die mit einer Feder der Stärke $3k$ untereinander, jedoch nicht mit den Wänden verbunden sind (siehe Skizze).

Das System soll nur waagrecht in Richtung der x -Achse schwingen können und außer der Federkraft sollen keine weiteren Kräfte wirken.

a.) Wie viele Freiheitsgrade hat dieses Problem? Übertragen Sie die Skizze (schematisch) auf Ihr Blatt und markieren Sie dort deutlich alle Koordinaten mit ihre Nullpunkten, die Sie im Folgenden verwenden wollen. (1 Punkt)

b.) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für Ihre gewählten Koordinaten auf. (2 Punkte)

c.) Finden Sie die Eigenfrequenzen (2 Punkte)

d.) Ermitteln Sie für alle Eigenfrequenzen das jeweilige Amplitudenverhältnis und skizzieren Sie es schematisch. Kommentieren Sie in Worten, wie die Massen sich in dieser Eigenfrequenz bewegen. (1 Punkt)

e.) Was bedeutet der Begriff "Eigenfrequenz"? Nennen Sie zwei Merkmale einer Eigenfrequenz. Wie müssten Sie die beiden Massen zu Beginn auslenken/anstoßen, um alle Eigenfrequenzen dieses Systems anzuregen? (2 Punkte)

1/2 Zusatzpunkt, wenn Sie (weitgehend) richtig rechnen und erklären.

Aufgabe 4: D'Alembert/Newton (6 Punkte)

Gegeben ist eine Punktmasse m , die auf einer Schiene der Form

$$z(x) = \exp(x) - x$$

unter dem Einfluss der Schwerkraft reibungsfrei rutscht. (Sie kann die Schiene nicht verlassen!)

a.) Skizzieren Sie (grob) die Schiene in einem Koordinatensystem. Markieren Sie dort alle Koordinaten und Größen, die Sie benutzen wollen.

Welche Kräfte wirken auf das Teilchen? Skizzieren Sie auch diese.

Wie viele Freiheitsgrade besitzt dieses Problem? (1,5 Punkte)

b.) Finden Sie die Bewegungsgleichung(en) dieses Problems wahlweise nach Newton oder nach dem Prinzip von D'Alembert in der/den gewählten Koordinate(n). (**Nur diese Vorgehensweisen bringt Punkte!**)

Schreiben Sie die Bewegungsgleichung am Ende ohne Brüche und ohne Klammern!

(3 Punkte)

c.) Wie lautet das Prinzip der virtuellen Arbeit (1 Satz reicht)? (1,5 Punkte)

1/2 Zusatzpunkt, wenn Sie (weitgehend) richtig rechnen und erklären.

FORMELSAMMLUNG (darf abgerissen werden)

Zylinderkoordinaten: $x = r_{\perp} \cos \varphi, \quad y = r_{\perp} \sin \varphi, \quad z = z$

$$\vec{e}_{r_{\perp}} = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0), \quad \vec{e}_{\varphi} = (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0), \quad \vec{e}_z \quad (\text{müssen Sie kennen}).$$

$$v^2 = \dot{r}_{\perp}^2 + r_{\perp}^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2, \quad dV = r_{\perp} dr_{\perp} d\varphi dz$$

Kugelkoordinaten: $x = r \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = r \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta$

$$\vec{e}_r = (\sin \vartheta \cos \varphi, \sin \vartheta \sin \varphi, \cos \vartheta), \quad \vec{e}_{\varphi} = (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0), \quad \vec{e}_{\vartheta} = (\cos \vartheta \cos \varphi, \cos \vartheta \sin \varphi, -\sin \vartheta).$$

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \vartheta, \quad dV = r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$$

Kreisbewegung: $\vec{v}_{\text{rot}} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad \dot{\vec{e}}_{i'} = \vec{\omega} \times \vec{e}_{i'}.$

Reibungskräfte: Haftreibung $\vec{F}_{H,max} = -\mu_H |\vec{F}_{\perp}| \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|}, \quad \text{Gleitreibung: } \vec{F}_G = -\mu_G |\vec{F}_{\perp}| \frac{\vec{v}}{v},$

Viskose Reibung: Stokes'sche Reibung: $\vec{F}_R = -\mu_S \vec{v}$

Newton'sche Reibung: $\vec{F}_R = -\mu_N v \vec{v}.$

Eulersche Formeln: $\exp[\pm i\lambda t] = \cos[\lambda t] \pm i \sin[\lambda t]$

$\omega = 2\pi\nu, \quad \nu = 1/T, \quad \text{Oszillator: } \omega_0^2 = k/m, \quad \text{Pendel: } \omega_0^2 = g/l$

Komplexe Zahlen:

$$\chi = |\chi| \exp[i\varphi], \quad |\chi| = \sqrt{\chi\chi^*}, \quad \text{Re } \chi = \frac{1}{2}(\chi + \chi^*), \quad \text{Im } \chi = \frac{1}{2}(\chi - \chi^*), \quad \tan \varphi = \frac{\text{Im } \chi}{\text{Re } \chi}$$

Arbeit:

$$W_{21} = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \text{Potenzial (potenzielle Energie): } V(\vec{r}) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$V = - \int^x F_x dx + f(y, z), \quad V = - \int^y F_y dy + f(x, z), \quad V = - \int^z F_z dz + f(x, y).$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \vec{p}, \quad \vec{N} = \vec{s} \times \vec{F}, \quad \vec{L} \equiv m(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = \vec{r} \times \vec{p}, \quad \dot{\vec{L}} = \frac{d}{dt} \vec{L}$$

Hilfen zum Trägheitstensor:

$$J_{xx} = \sum_i m_i (y_i^2 + z_i^2), \quad J_{xy} = - \sum_i m_i x_i y_i$$

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^3 \Omega_{\alpha} \Omega_{\beta} \hat{J}_{\alpha, \beta}, \quad \vec{L} = \hat{J} \vec{\Omega}.$$