NACHKLAUSUR ZUR THEORETISCHEN PHYSIK I (LAK)

Wintersemester 2023/24, Montag, 4.3.24, 10:00 Uhr

Sie schreiben bitte ausschließlich auf das zusätzlich verteilte Papier!
Benutzen Sie wahlweise Vorder- oder Rückseiten oder beides.
Auf S. 3 befindet sich eine Formelsammlung.
Erlaubte Unterlagen: keine (auch keine Taschenrechner)
Zeit: 90 Min

Punkte: 6 / 6 / 5 / 6 Summe: 23 (bestanden ab 11.5 Punkten)

Beantworten Sie alles auf dem zusätzlich verteilten Papier! Unterstreichungen und Antworten auf dieser Vorlage werden nicht gewertet!

Wenn Sie eigene Symbole einführen, erklären Sie diese - möglichst anhand einer Skizze.

Aufgabe 1: Grundwissen (6 Punkte)

a.) Lösen Sie jeweils nach x bzw. y auf und schreiben Sie das Ergebnis ohne Doppelbrüche: (1 Punkt)

$$\frac{x}{p} + \frac{x}{q} = \frac{1}{p} \qquad \frac{a}{y} + \frac{b}{y} = \frac{1}{a}$$

b.) Wie groß ist ungefähr die Erdbeschleunigung? (Achten Sie auf die richtigen Einheiten!)

Welche Schwerkraft wirkt (ungefähr) auf eine Masse von $100\,g$ im Schwerefeld der Erde? (Geben Sie das Ergebnis in der üblichen Einheit der Kraft an.)

Welche Geschwindigkeit erreicht ein fallender Körper (der aus der Ruhe losgelassen wurde) nach $5\,m$ Fallstrecke?

(2.5 Punkte)

c.) Erklären Sie den Begriff "Zustandsgröße" und nennen Sie 2 Zustandsgrößen des idealen Gases. (1 Punkt)

d.) Wie ist der "Druck" definiert? (0.5 Punkte)

e.) Wie lautet die Zustandsgleichung des idealen Gases? Welche beiden Größen sind umgekehrt proportional zueinander, wenn man alle anderen Größen konstant lässt? (Hier gibt es mehrere richtige Antworten - eine reicht). (1 Punkt)

Aufgabe 2: Bewegungsgleichung (6 Punkte)

Gegeben ist ein Teilchen der Masse m, das sich im Einfluss von drei Kräften entlang der (vertikalen) z-Richtung bewegt. Die z-Achse ist nach oben ausgerichtet. Die Kräfte sind:

$\vec{F}_1$: Federkraft, $\vec{F}_2$: Viskose Reibungskraft (proportional zur Geschwindigkeit) und $\vec{F}_3$: Schwerkraft

a.) Wie lauten die Kräfte in der üblichen mathematischen Form? Wählen Sie die Konstanten von Feder- und Schwerkraft in üblichen Symbolen (bei der Reibungskraft ist dies egal). (1 Punkt)

b.) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für dieses Problem auf. (1 Punkt)

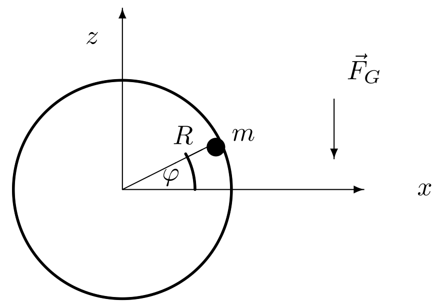
c.) Setzen Sie nun alle Konstanten gleich 1 und lösen Sie die Bewegungsgleichung für $z(t)$ unter den Anfangsbedingungen $z(0) = -1$, $\dot{z}(0) = \sqrt{3}$. (3 Punkte)

d.) Skizzieren Sie $z(t)$ als Funktion von t. Beschriften Sie die Achsen und kennzeichnen Sie den Wert von z für $t \to \infty$. (1 Punkt)

1/2 Zusatzpunkt, wenn Sie (weitgehend) richtig rechnen und erklären.

Bitte wenden

Aufgabe 3: Lagrangeformalismus (5 Punkte)



Gegeben ist ein Teilchen der Masse m, das sich auf einer kreisförmigen aufrecht stehenden Schiene vom Radius R unter dem Einfluss der Schwerkraft $\vec{F}_G$ reibungsfrei bewegt (siehe Abb). Die Bewegung soll derart sein, dass das Teilchen die kreisförmige Schiene nicht verlässt.

a.) Wie viele Freiheitsgrade besitzt dieses Problem? Welche Koordinate(n) wählen Sie? Wie lautet der Ortsvektor des Teilchen in den/der gewählte(n) Koordinate(n)? (1 Punkt)

b.) Wie lautet der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ dieses Teilchens in den/der gewählte(n) Koordinate(n)? (1 Punkt)

c.) Stellen Sie die Lagrangefunktion für dieses Problem auf. (1 Punkt)

Sollten Sie c.) nicht geschafft haben, lösen Sie die Teilaufgaben d.) und e.) mit folgender Ersatzfunktion (diese hat nichts mit dem eigentlichen Problem zu tun):

$$L(x, y, t) = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + xy^2.$$

d.) Gibt es zyklische Koordinate(n) und zugehörige Erhaltungsgrößen (mit Begründung)? (1 Punkt)

e.) Finden Sie die Bewegungsgleichung(en) dieses Problems. (1 Punkt)

1/2 Zusatzpunkt, wenn Sie ohne den Ersatz (weitgehend) richtig rechnen und erklären.

Aufgabe 4: Bewegungen und Scheinkräfte auf der Erde (6 Punkte)

Setzen Sie den Erdradius als $R \approx 6000\,km$ an. Wir haben zwei Beobachter:

Beobachters S im (als ruhend angenommenen) Weltraum, für den sich die Erde dreht und
Beobachters S' auf der Erde, der sich selbst als ruhend einstuft.
Beide betrachten ein Haus auf dem 30. Breitengrad nördlicher Breite.

a.) Erstellen Sie eine Skizze der Erde (darf zweidimensional sein) mit einer Markierung für das Haus. Zeichnen Sie am Haus die Richtungen nach Nord/ Süd/ Ost/ West sowie den Vektor $\vec{\Omega}$ der Winkelgeschwindigkeit der Erde ein. Markieren Sie, wie man den 30. Breitengrad findet. (2 Punkte)

b.) Wie ist der Betrag v der Geschwindigkeit des Hauses für Beobachter S'? In welche Richtung (Nord, Ost, etc.) bewegt es sich? (1 Punkt)

c.) Wirkt auf das Haus aus Sicht des Beobachters S eine (i) Zentrifugalkraft, (ii) eine Coriolioskraft, (iii) keines von beiden oder (iv) beides? (Mit Begründung) (1 Punkt - nur bei richtiger Begründung)

d.) Wirkt auf das Haus aus Sicht des Beobachters S' eine (i) Zentrifugalkraft, (ii) eine Coriolioskraft, (iii) keines von beiden oder (iv) beides? (Mit Begründung) (1 Punkt - nur bei richtiger Begründung)

e.) Ein Auto der Masse m überquert den Äquator von Süden nach Norden mit der Geschwindigkeit $v = 100\,km/h$. Wie groß ist die Corioliskraft $\vec{F}_C$ auf das Auto? (1 Punkt)

Hilfen:

$$\vec{F}_{\text{Coriolis}} = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}$$

$$\vec{F}_{\text{Zentrifugal}} = -m\,\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

1/2 Zusatzpunkt, wenn Sie (weitgehend) richtig rechnen und erklären.

FORMELSAMMLUNG

Zylinderkoordinaten: $x = r_\perp \cos\varphi, \quad y = r_\perp \sin\varphi \quad z = z$

$\vec{e}_{r_\perp} = (\cos\varphi, \sin\varphi, 0), \qquad \vec{e}_\varphi = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0), \qquad \vec{e}_z$ (müssen Sie kennen).

$$v^2 = \dot{r}_\perp^2 + r_\perp^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2 \qquad dV = r_\perp\, dr_\perp\, d\varphi\, dz$$

Kugelkoordinaten: $x = r\sin\vartheta\cos\varphi, \quad y = r\sin\vartheta\sin\varphi \quad z = r\cos\vartheta$

$\vec{e}_r = (\sin\vartheta\cos\varphi, \sin\vartheta\sin\varphi, cos\vartheta),\ \vec{e}_\varphi = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0),\ \vec{e}_\vartheta = (\cos\vartheta\cos\varphi, \cos\vartheta\sin\varphi, -\sin\vartheta).$

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\vartheta}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\sin^2\vartheta, \qquad dV = r^2\, \sin\vartheta\, dr\, d\vartheta\, d\varphi$$

Kreisbewegung: $\vec{v}_{\text{rot}} = \vec{\omega}\times\vec{r}, \quad \dot{\vec{e}}_{i'} = \vec{\omega}\times\vec{e}_{i'}.$

Reibungskräfte: Haftreibung $\vec{F}_{H,max} = -\mu_H|\vec{F}_\perp|\frac{\vec{F}}{|\vec{F}|}$, Gleitreibung:$\vec{F}_G = -\mu_G|\vec{F}_\perp|\frac{\vec{v}}{v}$,

Viskose Reibung: Stokes'sche Reibung: $\vec{F}_R = -\mu_S\vec{v}$

Newton'sche Reibung: $\vec{F}_R = -\mu_N v\vec{v}.$

Eulersche Formeln: $\exp[\pm i\lambda t] = \cos[\lambda t] \pm i\sin[\lambda t]$

$\omega = 2\pi\nu, \quad \nu = 1/T,$ Oszillator: $\omega_0^2 = k/m$, Pendel: $\omega_0^2 = g/\ell$

Komplexe Zahlen:

$$\chi = |\chi|\exp[i\varphi], \quad |\chi| = \sqrt{\chi\chi^*}, \quad \mathrm{Re}\,\chi = \frac{1}{2}(\chi+\chi*), \quad \mathrm{Im}\,\chi = \frac{1}{2\mathrm{i}}(\chi-\chi*), \quad \tan\varphi = \frac{\mathrm{Im}\,\chi}{\mathrm{Re}\,\chi}$$

Arbeit: $W_{21} = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2}\vec{F}\cdot d\vec{r}$, Potenzial (potenzielle Energie): $V(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}\vec{F}\cdot d\vec{r}$

$$V = -\int^x F_x\,dx + f(y,z), \quad V = -\int^y F_y\,dy + f(x,z), \quad V = -\int^z F_z\,dz + f(x,y).$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p}, \quad \vec{N} = \vec{s}\times\vec{F}, \quad \vec{L} \equiv m(\vec{r}\times\dot{\vec{r}}) = \vec{r}\times\vec{p}, \quad \vec{N} = \frac{d}{dt}\vec{L}$$

Hamilton-Bewegungsgleichungen: $\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \qquad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$

Hilfen zum Trägheitstensor:

$$J_{xx} = \sum_i m_i(y_i^2 + z_i^2), \quad J_{xy} = -\sum_i m_i x_i y_i$$

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2}\sum_{\alpha,\beta=1}^{3}\Omega_\alpha\Omega_\beta J_{\alpha,\beta}, \qquad \vec{L} = \hat{J}\vec{\Omega}.$$