

Mathematik-Brückenkurs 2011, FU Berlin

Übungsblatt zur Differentialrechnung, 06.10.2011

1. *Ableitung elementarer Funktionen und Ableitungsregeln*

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen!

(a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$

(b) $f(x) = x \cdot \ln x$

(c) $f(x) = 2x^2 e^x \sin x$

(d) $f(x) = \tan x$ (Tipp: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$)

(e) $f(x) = (x^3 - 1)^{20}$

(f) $f(x) = \operatorname{asinh}(x)$ welches die Umkehrfunktion von $f^{-1}(y) = \sinh y = \frac{e^y - e^{-y}}{2}$ ist.

2. *Ableitung einer Trajektorie*

Bilden Sie die erste zeitliche Ableitung der Funktion $x(t) = r(t) \cdot \sin(\varphi(t))$, wenn ...

(a) $r(t) = \text{konst.}, \varphi(t) = \text{konst.}$

(b) $r(t)$ beliebig, $\varphi(t) = \text{konst.}$

(c) $r(t) = \text{konst.}, \varphi(t)$ beliebig

(d) $r(t)$ beliebig, $\varphi(t)$ beliebig

3. *Bewegung eines Federpendels*

Ein Körper schwingt an einem Federpendel. Sein Ort x als Funktion der Zeit t werde durch folgende Gleichung beschrieben.

$$x(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Hierbei sind a die (konstante) Amplitude, φ die (konstante) Anfangsphase, ω die konstante Kreisfrequenz (=Winkelgeschwindigkeit).

Bilden Sie die erste und zweite Ableitung des Ortes $x(t)$ nach der Zeit t und deuten Sie sie physikalisch! Welche Einheiten haben die auftretenden Größen?

4. *Taylor-Polynom*

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom dritten Grades für $g(x) = e^x \cdot \sin x$ um den Punkt $x_0 = 0$.

5. *Kurvendiskussion*

Skizzieren Sie die folgenden Funktionen. Bestimmen Sie außerdem ihre Extrempunkte und Wendepunkte (sofern sie existieren).

(a) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

(b) $f(x) = \frac{1}{x^2 + a^2}$

6. *Herleitung von Ableitungsregeln (*)*

(a) Leiten Sie die Quotientenregel aus der Produkt- und der Kettenregel her!

(b) Leiten Sie die Ableitungsregel für a^x aus der für e^x her!

(c) Wie lautet die Ableitung von $\log_a(x)$?