

**9. Übung (Abgabe Di. 11. Januar 2011 zu Beginn der Vorlesung oder spätestens bis 16:00 im Briefkasten im Sekretariat bei Frau Badow)**

**31. Spin-Erzeugungs- und -Vernichtungsoperator**

Zeigen Sie, dass für den angeregten Zustand  $|\vec{r}'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2S}} S_-(\vec{r})|0\rangle$  gilt:  $S_-(\vec{r}')S_+(\vec{r})|\vec{r}'\rangle = 2S|\vec{r}'\rangle$ ,

wobei  $S_{\pm}(\vec{r}_i)|S_z\rangle_{\vec{r}_i} = \sqrt{(S \mp S_z)(S + 1 \pm S_z)}|S_z \pm 1\rangle_{\vec{r}_i}$ ,  $|0\rangle = \prod_{\vec{r}_i} |S\rangle_{\vec{r}_i}$  der Grundzustand des Heisenberg-Ferromagneten und  $S$  der maximale Wert des  $S_z$ -Operators ist.

(2 Punkte)

**32. Wärmekapazität von Magnonen**

Die energetisch kleinsten Anregungen eines Ferromagneten bei  $T > 0$  bestehen aus Spin-Wellen, die in quantisierter Form Magnonen genannt werden. Die Energie eines Magnons der Frequenz  $\omega$  beträgt  $\hbar\omega$ . Die Dispersionsrelation von Magnonen sei gegeben durch  $\omega(k) = Ak^2$ . Berechnen Sie damit den führenden Term der Wärmekapazität eines dreidimensionalen Ferromagneten bei tiefen Temperaturen ( $k_B T \ll J$ ). Das Resultat ist:

$$C_V = 0.113 V k_B \left( \frac{k_B T}{\hbar A} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad \text{wobei } V \text{ das Volumen der Probe ist.}$$

Hinweis: Siehe Online-Übungsblatt mit Hinweisen.

(3 Punkte)

**33. Dicke einer Domänenwand**

Schätzen Sie die Dicke  $d_w$  einer 180°-Domänenwand ab, die parallel zur (100)-Richtung in einem einfach kubischen Kristallgitter (Gitterkonstante  $a$ , an jedem Gitterplatz befindet sich ein Spin) ausgerichtet ist, indem Sie die Anzahl Gitterebenen  $N$  in der Wand bestimmen; es gilt dann:  $d_w = Na$ . Die Flächenenergiedichte  $\sigma_{\text{wand}}$  einer Wand ist gegeben durch:  $\sigma_{\text{wand}} = \sigma_{\text{exch}} + \sigma_{\text{aniso}}$ , wobei  $\sigma_{\text{exch}}$  die Energiedichte für den Austausch und  $\sigma_{\text{aniso}}$  diejenige für die Anisotropie ist. Die Austauschkonstante zwischen benachbarten Spins sei  $J$ , die Anisotropie-Konstante sei  $K$ . Nehmen Sie an, dass sich die Richtung der Spins zwischen zwei Gitterebenen um den konstanten Winkel  $\alpha = \pi/N \ll 1$  ändert und dass die Anisotropie-Energie  $\Delta E_{\text{aniso}}$  in dieser Näherung durch  $\Delta E_{\text{aniso}} = KV$  gegeben ist, wobei  $V$  das betrachtete Volumen der Wand darstellt.

- Berechnen Sie zunächst den Beitrag der Austausch-Energie  $\Delta E_{\text{exch}}$  für eine Kette von  $N + 1$  Spins, die senkrecht durch die Domänenwand verläuft. Es ergibt sich:  $\Delta E_{\text{exch}} = \frac{1}{2} JS^2 \pi^2 / N$ .
- Zeigen Sie weiter, dass die Anisotropie-Energie für die Spin-Kette aus (a) gegeben ist durch  $\Delta E_{\text{aniso}} = KNa^3$ , wobei als Volumen das mittlere Volumen einer Spin-Kette genommen wird.
- Berechnen Sie mithilfe von (a) und (b) die Flächenenergiedichte  $\sigma_{\text{wand}}$  als Funktion der Anzahl Gitterebenen  $N$ . Die Wanddicke ergibt sich aus dem Energieminimum.
- Zeigen Sie, dass aus dem Ergebnis (c) folgt, dass für die Wandenergie gilt:  $\sigma_{\text{wand}} \propto \sqrt{KJ}$ .

(4 Punkte)