Zusammenfassung vom 21.01.2011

q.m. Strom-Operator

$$\vec{j}_s = \frac{q}{4m}\left(\psi\,\vec{p}^*\,\psi^* + \psi^*\,\vec{p}\,\psi\right)$$

mit $\vec{p} = \frac{\hbar}{i}\vec{\nabla} - q\vec{A}$ $\quad \vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$ $\quad q = -2e$

➔ $$\vec{j}_s = -\frac{2e}{4m}\left[\Phi_{BCS}\left(-\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla} + 2e\vec{A}\right)\Phi^*_{BCS} + \Phi^*_{BCS}\left(\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla} + 2e\vec{A}\right)\Phi_{BCS}\right]$$

mit $\left|\Phi_{BCS}\right\rangle = e^{i\varphi(\vec{R}_1,\vec{R}_2,\vec{R}_3,\cdots)}\left|\Phi_{BCS}(0)\right\rangle$ $\quad \vec{\nabla} = \sum_\nu \vec{\nabla}_{\vec{R}_\nu}$

➔ $$\vec{j}_s = -\frac{e}{2m}\left[4e\vec{A}\left|\Phi_{BCS}(0)\right|^2 + 2\hbar\left|\Phi_{BCS}(0)\right|^2\sum_\nu \vec{\nabla}_{\vec{R}_\nu}\varphi\left(\vec{R}_1,\vec{R}_2,\vec{R}_3,\cdots\right)\right]$$

Stromdichte ➔ $$\vec{j}_s = -\left[\frac{e^2 n_s}{m}\vec{A} + \frac{e\hbar n_s}{2m}\sum_\nu \vec{\nabla}_{\vec{R}_\nu}\varphi\left(\vec{R}_1,\vec{R}_2,\vec{R}_3,\cdots\right)\right]$$ *mit* $\left|\Phi_{BCS}(0)\right|^2 = \frac{n_s}{2}$

Umlauf-Integral

$$\oint_{C_F}\vec{j}_s\cdot d\vec{s} = -\frac{e^2 n_s}{m}\oint_{C_F}\vec{A}\cdot d\vec{s} - \frac{e\hbar n_s}{2m}\sum_\nu\oint_{C_F}\vec{\nabla}_{\vec{R}_\nu}\varphi\left(\vec{R}_1,\vec{R}_2,\vec{R}_3,\cdots\right)\cdot d\vec{s}$$

➔ *Integration über geschlossenen Weg C_F, der eine Fläche F umschließt und vollständig im Innern des Supraleiters liegt*

Zusammenfassung vom 21.01.2011

➔ *für stationären Zustand muss die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\Phi_{BCS}|^2$ eindeutig definiert sein*

➔ *Phase θ von $|\Phi_{BCS}|^2$ darf sich pro Umlauf nur um ein Vielfaches von 2π ändern*

Phasen-beziehung

➔ $$\sum_\nu \oint_{C_F} \vec{\nabla}_{\vec{R}_\nu} \varphi\left(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{R}_3, \cdots\right) \cdot d\vec{s} = \Delta\theta = 2\pi N, \quad N \in \mathbb{Z}$$

➔ $$\oint_{C_F} \vec{j}_s \cdot d\vec{s} + \frac{e^2 n_s}{m} \oint_{C_F} \vec{A} \cdot d\vec{s} = \frac{e\hbar n_s}{2m} 2\pi N = \frac{e h n_s}{2m} N, \quad N \in \mathbb{Z}$$

Flussquantum $$\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.0678 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{T\,m^2}$$

mit $$\oint_{C_F} \vec{A} \cdot d\vec{s} \stackrel{\text{Stokes}}{=} \int_F \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{F} = \int_F \vec{B} \cdot d\vec{F}$$

Stromdichte

➔ $$\frac{m}{e^2 n_s} \oint_{C_F} \vec{j}_s \cdot d\vec{s} + \int_F \vec{B} \cdot d\vec{F} = N\phi_0, \quad N \in \mathbb{Z}$$

Flussquantisierung

➔ $$\int_F \vec{B} \cdot d\vec{F} = N\phi_0, \quad N \in \mathbb{Z}$$ *da* $\vec{j}_s = 0$ *im Innern eines Supraleiters*

➔ *der magnetische Fluss durch einen supraleitenden Ring ist quantisiert!*

Zusammenfassung vom 21.01.2011

Ginzburg-Landau-Parameter $\kappa = \frac{\Lambda_L}{\xi_{coh}}$

$\kappa < 1$: *Typ I Supraleiter*

$\kappa > 1$: *Typ II Supraleiter*

Typ I Supraleiter (κ < 1)

besitzen ein kritisches Magnetfeld:

$B < B_{crit}$: *Meissner-Ochsenfeld-Effekt*

Typ II Supraleiter (κ > 1)

besitzen zwei kritische Magnetfelder:

$B < B_{c1}$: *Meissner-Phase (Meissner-Ochsenfeld-Effekt)*

$B_{c1} < B < B_{c2}$: *Shubnikov-Phase (= Vortex-Zustand)*

➔ *Magnetfeld kann in den Supraleiter eindringen in Form von regelmäßig angeordneten Flusslinien (Vortex, plural Vortices), die genau ein Flussquantum ϕ_0 enthalten.*

➔ *Abrikosov-Gitter*

➔ *der Supraleiter besteht also aus klar abgegrenzten supraleitenden (ohne magn. Fluss) und normal leitenden (mit quantisiertem magn. Fluss) Gebieten*

➔ *B_{c1} ist häufig sehr klein, dafür kann B_{c2} bis zu 100 T betragen* ➔ *technische Anwendungen!*

Zusammenfassung vom 21.01.2011

kritisches Feld B_{crit}

$$\Delta E_{kond} = \frac{1}{2\mu_0} B_{crit}^2 \pi \xi_{coh}^2$$

➔ *ist definiert über die Kondensationsenergie, d.h. entspricht der maximalen magn. Feldenergie, die durch Kondensation von Cooper-Paaren kompensiert werden kann*

Abschätzung für B_{c1}

$$B_{c1} = B_{crit} \frac{\xi_{coh}}{\Lambda_L} = \frac{\phi_0}{\pi \Lambda_L^2}$$

➔ *entspricht dem Feld, bei dem gerade ein Flussquantum ϕ_0 in den Supraleiter eindringen kann*

Abschätzung für B_{c2}

$$B_{c2} = B_{crit} \frac{\Lambda_L}{\xi_{coh}} = \frac{\phi_0}{\pi \xi_{coh}^2}$$

➔ *entspricht dem Feld, bei dem ein Flussquantum ϕ_0 nur noch so viel Platz beansprucht wie der minimale supraleitende Bereich*

Abschätzung der kritischen Felder

$$\sqrt{B_{c1} B_{c2}} = B_{crit}$$

für $\kappa < 1$ ➔ $B_{c2} < B_{c1}$ ➔ *nur ein kritisches Feld:* B_{c1}

➔ *Typ I Supraleiter*

für $\kappa > 1$ ➔ $B_{c2} > B_{c1}$ ➔ *zwei kritische Felder:* B_{c1}, B_{c2}

➔ *Typ II Supraleiter*