Zusammenfassung vom 25.01.2011

Quasiteilchen

Plasmon – longitudinale Eigenschwingung des freien Elektronengases (in Metallen)

Polaron – Kombination eines Elektrons mit der durch seine Ladung erzeugten Gitterverzerrung (in ionischen und kovalenten Materialien)

Polariton – Kopplung einer elektromagnetischen Welle mit einer transversalen Gitterschwingung (im Isolator oder Halbleiter)

Exziton – Gebundenes Elektron-Loch-Paar (im Isolator oder Halbleiter)

dielektrische Verschiebung

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon(\omega, \vec{k})\,\varepsilon_0 \vec{E} \qquad \varepsilon = \varepsilon(\omega, \vec{k})$$ ***dielektrische Funktion***

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_{\text{ext}} + \rho_{\text{ind}}}{\varepsilon_0} \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{\text{ext}}$$

Bewegungsgleichung des freien Elektrons *(im Grenzfall k = 0)*

$$m\ddot{\vec{r}} + m\gamma\dot{\vec{r}} = -e\vec{E} = -e\vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad \Rightarrow \quad \vec{r}(t) = \frac{e}{m\omega(\omega - i\gamma)}\vec{E}_0 e^{i\omega t}$$

induzierte Polarisation

$$\vec{P}(t) = -ne\vec{r}(t) = -\frac{ne^2}{m\omega(\omega - i\gamma)}\vec{E}_0 e^{i\omega t}$$

Zusammenfassung vom 25.01.2011

dielektrische Funktion *(für k = 0)*

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\gamma)} = 1 - i\frac{\tilde{\sigma}(\omega)}{\varepsilon_0 \omega}$$

$\tilde{\sigma}$ (ω) = *komplexe Leitfähigkeit*

$$\rightarrow \quad \varepsilon_1(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$

um Interbandübergänge bei höheren Energien zu berücksichtigen, wird $1 < \varepsilon_\infty \leq 10$ *eingeführt:*

$$\rightarrow \quad \varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \qquad \varepsilon_2(\omega) = \frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}$$

Plasma-Frequenz

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}}$$

unabgeschirmt ($\tilde{\varepsilon} = 0$ für $\gamma = 0$)

$$\omega_p^{*2} = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon_\infty} - \gamma^2$$

abgeschirmt ($\tilde{\varepsilon} = 0$)

komplexer Brechungsindex

$$\tilde{n} = n - ik$$

n = *Brechungsindex* **k** = *Absorptionsindex*

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \tilde{n}^2(\omega) = (n - ik)^2 = n^2 - k^2 - i2nk$$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_1(\omega) = n^2 - k^2 \qquad \varepsilon_2(\omega) = 2nk$$

$$\rightarrow \quad n^2 = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}\right) \qquad k^2 = \frac{1}{2}\left(-\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}\right)$$

Reflektivität *(senkrechte Inzidenz)*

$$R = \frac{I_{refl}}{I_{ein}} = |\tilde{\rho}_{s,p}|^2 = \frac{|\tilde{n} - 1|^2}{|\tilde{n} + 1|^2} = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}$$

$\tilde{\rho}_{s,p}$ = E_{refl}/E_{ein} = *komplexer Reflexionskoeffizient*

s, p = *senkrecht, bzw. parallel zur Einfallsebene polarisiert*

$\rightarrow$ *folgt aus den Fresnel-Formeln*

Zusammenfassung vom 25.01.2011

dielektrische Funktion für $\omega \to 0$ ($\gamma << \omega_p$)

$$\varepsilon_1(\omega \to 0) = \varepsilon_{opt} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \cong -\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \qquad \varepsilon_1(\omega = 0) = -\frac{\omega_p^2}{\gamma^2} << 0$$

$$\varepsilon_2(\omega \to 0) = \frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega\left(\omega^2 + \gamma^2\right)} \cong -\frac{\gamma}{\omega}\varepsilon_1(\omega \to 0) \qquad \varepsilon_2(\omega \to 0) = \frac{\omega_p^2}{\gamma}\frac{1}{\omega} \to \infty$$

Reflektivität für $\omega \to 0$ ($\gamma << \omega_p$)

$$R = 1 - \frac{4n}{n^2 + k^2 + 2n + 1} = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{|\varepsilon_1| + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}}}{\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + \sqrt{2}\sqrt{\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}} + 1}$$

$$\Rightarrow R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{\varepsilon_1}\,\omega^{-1/2}\sqrt{-\omega + \sqrt{\omega^2 + \gamma^2}}}{|\varepsilon_1|\omega^{-1}\sqrt{\omega^2 + \gamma^2} + \sqrt{2\varepsilon_1}\,\omega^{-1/2}\sqrt{-\omega + \sqrt{\omega^2 + \gamma^2}}} = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}}{\frac{\omega_p^2}{\gamma^2}\omega^{-1}\gamma + \sqrt{2}\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}}$$

Gesetz von Hagen-Rubens

$$\Rightarrow R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}}{\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}\left(\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma} + \sqrt{2}\right)} = 1 - \frac{4\sqrt{\gamma\,\omega}}{\sqrt{2}\omega_p} = 1 - 2\sqrt{\frac{2\varepsilon_0\,\omega}{\sigma_0}}$$

$\Rightarrow$ $R \to 100\%$ *wenn* $\omega \to 0$

$\Rightarrow$ *metallische Reflexion!*

Zusammenfassung vom 25.01.2011

Reflektivität für $\gamma << \omega < \omega_p$

$$R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{\varepsilon_1}\,\omega^{-1/2}\sqrt{-\omega+\sqrt{\omega^2+\gamma^2}}}{|\varepsilon_1|\,\omega^{-1}\sqrt{\omega^2+\gamma^2}+\sqrt{2\varepsilon_1}\,\omega^{-1/2}\sqrt{-\omega+\sqrt{\omega^2+\gamma^2}}+1}$$

$$\Rightarrow\quad R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{|\varepsilon_1|}\sqrt{\tfrac{1}{2}\gamma^2/\omega^2}}{|\varepsilon_1| + \sqrt{2}\sqrt{|\varepsilon_1|}\sqrt{\tfrac{1}{2}\gamma^2/\omega^2}+1} = 1 - \frac{2\frac{\omega_p\gamma}{\omega^2}}{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}+\frac{\omega_p\gamma}{\omega^2}+1} = 1 - \frac{2\gamma}{\omega_p\left(1+\frac{\gamma}{\omega_p}+\frac{\omega^2}{\omega_p^2}\right)}$$

$$\Rightarrow\quad R = 1 - 2\frac{\gamma}{\omega_p} \cong \text{const.}$$

→ **$R \leq 100\% \cong$ const.**

→ ***metallische Reflexion!***

Reflektivität für $\gamma << \omega_p << \omega$

$$\Rightarrow\quad R = 1 - 2\frac{1}{1+\frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_\infty}+\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_\infty}}}$$

→ **$R \rightarrow 0\%$ *wenn* $\varepsilon_\infty \rightarrow 1$**

→ ***Metall wird transparent für $\omega >> \omega_p$***