

Zusammenfassung vom 21.10.2011

de Haas-van Alphen-Effekt (*dHvA-Effekt*):

- Beobachtung charakteristischer *Oszillationen* in der Magnetisierung bzw. magnetischen Suszeptibilität von Metallen als Funktion des äußeren Magnetfeldes B_0
- Oszillationen sind *periodisch* in Abhängigkeit von $1/B_0$
- ähnliche Oszillationen prop. zu $1/B_0$ werden später auch im elektr. Widerstand, in der Wärmekapazität und in vielen anderen physikalischen Größen gefunden
- *halbklassische Betrachtung nach Onsager und Lifshitz*

Quantisierung der Elektronenorbitale:

$$\oint \vec{p} \cdot d\vec{r} = (n + \gamma) 2\pi\hbar \quad \begin{array}{l} \gamma = \text{Phasenkorrektur } (\gamma \cong 1/2 \text{ für Elektronen}) \\ n \in \mathbb{N}_0 \end{array}$$

→ *Bohr-Sommerfeld-Ansatz*

Impulsoperator (mit Magnetfeld)

$$\vec{p} = \vec{p}_{\text{kin}} + \vec{p}_{\text{feld}} \quad \vec{p}_{\text{kin}} = m\vec{v} = \hbar\vec{k} \quad \vec{p}_{\text{feld}} = q\vec{A}_{\text{mag}} \quad \begin{array}{l} m = \text{Elektronen-} \\ \text{masse} \\ \vec{k} = \text{Wellenvektor} \end{array}$$

$$\vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}_{\text{mag}} \quad \vec{A}_{\text{mag}} = \text{Vektorpotential}$$

Bewegungsgleichung

$$\hbar \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = q \vec{v} \times \vec{B}_0 = q \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \times \vec{B}_0 \quad (\text{Lorentz-Kraft})$$

→ $\hbar\vec{k} = q \vec{r} \times \vec{B}_0$ $\vec{r} = \text{Bahnvektor}$ $\vec{B}_0 = \text{const} = \text{Magnetfeld}$

Flussquantum:

$$\phi_0 = \frac{\pi\hbar}{e} = \frac{h}{2e} \quad \phi_0 = 2.0678 \cdot 10^{-7} \text{ Tm}^2$$

Flussquantisierung in den Elektronenorbitalen:

$$\oint \hbar \vec{k} \cdot d\vec{r} = -2q \vec{B}_0 \cdot \vec{F}_{\text{orbit}} = -2q \phi \quad \phi = \text{magnetischer Fluss}$$

$$\oint q \vec{A} \cdot d\vec{r} = q \phi \quad \vec{F}_{\text{orbit}} = \text{Flächenvektor des Orbitals}$$

$$\rightarrow \oint \vec{p} \cdot d\vec{r} = -q \phi_n = (n + \gamma) 2\pi\hbar \quad n \in \mathbb{N}_0$$

\rightarrow Fluss durch Elektronenorbitale ist *quantisiert*

Quantisierung der Elektronenorbitale im Realraum:

$$\phi_n = \vec{B}_0 \cdot \vec{F}_{\text{orbit},n}$$

$$\rightarrow F_{\text{orbit},n} = \frac{\phi_n}{B_0} = 2(n + \gamma) \frac{\phi_0}{B_0} = (n + \gamma) \frac{2\pi\hbar}{e B_0} \quad n \in \mathbb{N}_0$$

\rightarrow Flächen der Elektronenorbitale sind *quantisiert*

Quantisierung der Elektronenorbitale im reziproken Raum:

$$\hbar \vec{k} = q \vec{r} \times \vec{B}_0 \quad \rightarrow \quad \Delta r = \frac{\hbar}{e B_0} \Delta k \quad \rightarrow \quad S_n = \left(\frac{e B_0}{\hbar} \right)^2 F_{\text{orbit},n}$$

$S_n = \text{Fläche im reziproken Raum}$

$$\rightarrow S_n = (n + \gamma) \frac{2\pi e}{\hbar} B_0 = (n + \gamma) \frac{2\pi^2}{\phi_0} B_0 \quad n \in \mathbb{N}_0$$

\rightarrow Flächen der Elektronenorbitale im *reziproken Raum* sind *quantisiert*

Magnetfelddifferenz für gleiche Orbitalfläche

$$\Delta\left(\frac{1}{B_0}\right) = \left(\frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n}\right) = \frac{2\pi e}{\hbar S}$$

S = extremale Orbitalfläche im reziproken Raum

B_i = Magnetfeld, das Orbitalfläche $S_i = S$ erzeugt

→ für konstante reziproke Magnetfelddifferenzen ergeben sich gleich große Elektronenorbitale im reziproken Raum

→ für extremale Elektronenorbitale ergibt sich daraus ein periodisches Verhalten als Funktion von $1/B_0$, da oszillierend in $1/B_0$ immer wieder das gleiche extremale Elektronenorbital erreicht wird

Voraussetzung für das Auftreten des dHvA-Effekts:

→ hohe Magnetfelder ergeben gute Separation der Orbitale S_n

→ tiefe Temperaturen ergeben große freie Weglänge der Elektronen und verhindern thermische Verschmierung der Oszillationen durch benachbarte Orbitale

→ reine Kristalle ergeben große freie Weglänge der Elektronen

Landau-Quantisierung $\Delta S = S_{n+1} - S_n = \frac{2\pi e}{\hbar} B_0 = \text{const}$

Landau-Röhren → *durch Einschalten des Magnetfeldes kondensieren die quasikontinuierlich verteilten k-Zustände auf diskrete Kreise (Landau-Kreise) in einer Ebene senkrecht zu B_0 , sodass sich im Raum konzentrische Röhren ausbilden*

Landau-Niveaus → *energetisch bedeutet das eine Kondensation der k-Zustände auf diskrete, entartete Energie-Niveaus*

Anzahl k-Zustände pro Landau-Kreis:

$$D = \frac{\Delta S}{\delta k^2} = \frac{eL^2}{2\pi\hbar} B_0 = \rho B_0 \quad \delta k^2 = \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2$$

$\delta k^2 =$ Fläche eines Zustandes im reziproken Raum

$$\rho = \frac{eL^2}{2\pi\hbar}$$

$\Delta S =$ Fläche zwischen zwei Kreisen

→ *D ist die Anzahl der Zustände im reziproken Raum, die auf einen Landau-Kreis kondensieren*

→ *als Folge der Landau-Quantisierung oszilliert die Gesamtenergie als Funktion von B*