

Zusammenfassung vom 16.12.2011

kritische Exponenten

Magnetisierung: $T \leq T_{C,N}$ $M(T) \propto (T_{C,N} - T)^\beta$ $\beta_{\text{exp}} = 0.33 - 0.37$
 (nahe bei $T_{C,N}$) (im Antiferromagnet: $M =$ Untergittermagnetisierung)

Suszeptibilität: $T \geq T_{C,N}$ $\chi(T) \propto (T - T_{C,N})^{-\gamma}$ $\gamma_{\text{exp}} = 1.3 - 1.4$
 (nahe bei $T_{C,N}$)

spez. Wärmekapazität: $B_0 = 0$ $c(T) \propto (T - T_C)^{-\alpha}$ $\alpha_{\text{exp}} \leq 0.1$
 (nahe bei $T_{C,N}$)

→ Molekularfeld-Theorie liefert $\beta_{\text{MF}} = 1/2$ und $\gamma_{\text{MF}} = 1$

Heisenberg-Hamilton-Operator

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \vec{S}(\vec{r}_i) \cdot \vec{S}(\vec{r}_j) J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) - g\mu_B B_0 \sum_{i=1}^N S_z(\vec{r}_i) \quad \vec{B}_0 = B_0 \hat{e}_z$$

$N =$ Anzahl Ionen, bzw. Spins

Austauschkonstante

$$J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = J(\vec{r}_j - \vec{r}_i) \geq 0 \quad \text{translations-invariant!}$$

$\vec{S}(\vec{r}_i) =$ Spin am Ort \vec{r}_i

Erzeugungs-/Vernichtungsoperatoren

$$\vec{S}_\pm(\vec{r}_i) = \vec{S}_x(\vec{r}_i) \pm i\vec{S}_y(\vec{r}_i)$$

$S =$ maximale S_z -Komponente

mit $\vec{S}_\pm(\vec{r}_i) |S_z\rangle_{\vec{r}_i} = \sqrt{(S \mp S_z)(S + 1 \pm S_z)} |S_z \pm 1\rangle_{\vec{r}_i}$ $S_z = S_z$ -Komponente (m_s)

Heisenberg-Hamilton-Operator

$$\rightarrow H = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) S_z(\vec{r}_i) S_z(\vec{r}_j) - g\mu_B B_0 \sum_{i=1}^N S_z(\vec{r}_i) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) S_-(\vec{r}_j) S_+(\vec{r}_i)$$

mit $\vec{B}_0 = B_0 \hat{e}_z$

Grundzustand des Heisenberg Ferromagneten

$$|0\rangle = \prod_{\vec{r}_i} |S\rangle_{\vec{r}_i} \quad \text{mit} \quad S_z(\vec{r}_i) |S\rangle_{\vec{r}_i} = S |S\rangle_{\vec{r}_i} \quad \text{Ein-Spin-Wellenfunktion}$$

$$\rightarrow H|0\rangle = E_0|0\rangle$$

S = maximale S_z -Komponente

Grundzustandsenergie

$$E_0 = -\frac{1}{2} S^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) - Ng\mu_B B_0 S \quad \text{da} \quad S_+(\vec{r}_i) |S\rangle_{\vec{r}_i} = 0$$

elementare Anregungen im Ferromagneten

energetisch tiefste angeregte Zustände bei $T > 0$ im Ferromagneten sind Spin-Wellen

angeregter Zustand mit Spin $S_z = S - 1$ am Ort \vec{r}

$$|\vec{r}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2S}} S_-(\vec{r}) |0\rangle \quad \text{mit} \quad S_-(\vec{r}') S_+(\vec{r}) |\vec{r}\rangle = 2S |\vec{r}'\rangle$$

d.h. der Zustand mit S-1 verschiebt sich von $|\vec{r}\rangle$ nach $|\vec{r}'\rangle$

weiter ist

$$S_z(\vec{r}') |\vec{r}\rangle = S |\vec{r}\rangle, \quad \vec{r}' \neq \vec{r} \quad S_z(\vec{r}') |\vec{r}\rangle = (S-1) |\vec{r}\rangle, \quad \vec{r}' = \vec{r}$$

$$S_+(\vec{r}') |\vec{r}\rangle = 0, \quad \vec{r}' \neq \vec{r}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow H|\vec{r}\rangle &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) S_z(\vec{r}_i) S_z(\vec{r}_j) |\vec{r}\rangle - g\mu_B B_0 \sum_{i=1}^N S_z(\vec{r}_i) |\vec{r}\rangle - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) S_-(\vec{r}_j) S_+(\vec{r}_i) |\vec{r}\rangle \\
 &= -\frac{1}{2} S^2 \sum_{\substack{\vec{r}_i \neq \vec{r} \\ \vec{r}_j \neq \vec{r}, \\ j \neq i}}^N J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) |\vec{r}\rangle - \frac{1}{2} (S-1) S \sum_{\vec{r}_j \neq \vec{r}} J(\vec{r} - \vec{r}_j) |\vec{r}\rangle - \frac{1}{2} S (S-1) \sum_{\vec{r}_i \neq \vec{r}} J(\vec{r}_i - \vec{r}) |\vec{r}\rangle \\
 &\quad - g\mu_B B_0 S \sum_{\vec{r}_i \neq \vec{r}} |\vec{r}\rangle - g\mu_B B_0 (S-1) |\vec{r}\rangle - \frac{1}{2} \sum_{\vec{r}_i \neq \vec{r}} \sum_{j \neq i}^N J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) S_-(\vec{r}_j) \underbrace{S_+(\vec{r}_i)}_{=0 \text{ für } \vec{r}_i \neq \vec{r}} |\vec{r}\rangle - \frac{1}{2} 2S \sum_{\vec{r}_j \neq \vec{r}} J(\vec{r} - \vec{r}_j) |\vec{r}_j\rangle \\
 &= -\frac{1}{2} S^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) |\vec{r}\rangle + \frac{1}{2} S \sum_{\vec{r}_j \neq \vec{r}} J(\vec{r} - \vec{r}_j) |\vec{r}\rangle + \frac{1}{2} S \sum_{\vec{r}_i \neq \vec{r}} J(\vec{r}_i - \vec{r}) |\vec{r}\rangle \\
 &\quad \underbrace{\hspace{15em} = S \sum_{\vec{r}_j \neq \vec{r}} J(\vec{r} - \vec{r}_j) |\vec{r}\rangle} \\
 &\quad - g\mu_B B_0 S \underbrace{\sum_{i=1}^N |\vec{r}\rangle}_{N|\vec{r}\rangle} + g\mu_B B_0 |\vec{r}\rangle - S \sum_{\vec{r}_j \neq \vec{r}} J(\vec{r} - \vec{r}_j) |\vec{r}_j\rangle
 \end{aligned}$$

$$\rightarrow H|\vec{r}\rangle = E_0 |\vec{r}\rangle + g\mu_B B_0 |\vec{r}\rangle + S \sum_{\vec{r}' \neq \vec{r}} J(\vec{r} - \vec{r}') [|\vec{r}\rangle - |\vec{r}'\rangle] \quad \text{mit} \quad J(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = J(\vec{r}_j - \vec{r}_i)$$

$\rightarrow |\vec{r}\rangle$ kein Eigenzustand von H , aber $H|\vec{r}\rangle$ ist Linearkombination von $|\vec{r}\rangle$ und anderen Zuständen $|\vec{r}'\rangle$ mit jeweils einem Spin auf $S-1$ erniedrigt