Zusammenfassung vom 03.01.2012

angeregter Eigenzustand von H

$$\left|\vec{k}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{r}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \left|\vec{r}\right\rangle \quad \Rightarrow \quad H\left|\vec{k}\right\rangle = E_{\vec{k}}\left|\vec{k}\right\rangle$$

$$\Rightarrow \quad H\left|\vec{k}\right\rangle = E_0\left|\vec{k}\right\rangle + g\mu_B B_0\left|\vec{k}\right\rangle + S\sum_{\vec{r}'\neq\vec{r}} J(\vec{r}-\vec{r}')\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\vec{r}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\left[\left|\vec{r}\right\rangle - \left|\vec{r}'\right\rangle\right]$$

$$= E_0\left|\vec{k}\right\rangle + g\mu_B B_0\left|\vec{k}\right\rangle + S\underbrace{\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\vec{r}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\left|\vec{r}\right\rangle}_{\left|\vec{k}\right\rangle} \underbrace{\sum_{\vec{r}'\neq\vec{r}} J(\vec{r}-\vec{r}')}_{\text{setze } \vec{r}=0 \text{ für Summe über } \vec{r}', \text{ da nur von Differenz abhängig}} - S\underbrace{\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\vec{r}'} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}'}\left|\vec{r}'\right\rangle}_{\left|\vec{k}\right\rangle} \underbrace{\sum_{\vec{r}\neq\vec{r}'} J(\vec{r}-\vec{r}')\, e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r}')}}_{\text{setze } \vec{r}'=0 \text{ für Summe über } \vec{r}, \text{ da nur von Differenz abhängig}}$$

$$= \left[E_0 + g\mu_B B_0 + S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(\vec{r})\right]\left|\vec{k}\right\rangle - S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(\vec{r})\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\left|\vec{k}\right\rangle$$

$$= \left[E_0 + g\mu_B B_0 + S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(\vec{r})\left(1 - e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\right)\right]\left|\vec{k}\right\rangle = E_{\vec{k}}\left|\vec{k}\right\rangle$$

$$\Rightarrow \quad E_{\vec{k}} = E_0 + g\mu_B B_0 + \frac{1}{2}S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(\vec{r})\left(1 - e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\right) + \frac{1}{2}S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(-\vec{r})\left(1 - e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}\right)$$

$$= E_0 + g\mu_B B_0 + \frac{1}{2}S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(\vec{r})\underbrace{\left(2 - e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} - e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}\right)}_{2\left(1-\cos\vec{k}\cdot\vec{r}\right)} = E_0 + g\mu_B B_0 + 2S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(\vec{r})\sin^2\left(\tfrac{1}{2}\vec{k}\cdot\vec{r}\right)$$

Zusammenfassung vom 03.01.2012

Eigenenergien $E_{\vec{k}} = E_0 + g\mu_B B_0 + 2S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(\vec{r})\sin^2\left(\tfrac{1}{2}\vec{k}\cdot\vec{r}\right)$

Anregungsenergie $E_{\vec{k}} - E_0 = 2S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(\vec{r})\sin^2\left(\tfrac{1}{2}\vec{k}\cdot\vec{r}\right) + g\mu_B B_0$

➔ *für jeden Teilzustand* $|\vec{r}>$ *von* $|\vec{k}>$ *ist der totale Spin* **NS** *um* **1** *erniedrigt, sodass er auch für* $|\vec{k}>$ *den Wert* **NS – 1** *hat*

➔ *die Wahrscheinlichkeit den erniedrigten Spin* **S-1** *auf* $|\vec{r}>$ *zu finden ist* $|<\vec{r}\,|\,\vec{k}>|^2 = 1/N$, *d.h. gleichverteilt über alle* $|\vec{r}>$

transversale Spin-Korrelationsfunktion

$$\vec{S}_\perp(\vec{r})\cdot\vec{S}_\perp(\vec{r}\,') = S_x(\vec{r})S_x(\vec{r}\,') + S_y(\vec{r})S_y(\vec{r}\,') = \frac{1}{2}\left[S_+(\vec{r})S_-(\vec{r}\,') + S_-(\vec{r})S_+(\vec{r}\,')\right]$$

$$\vec{S}_\perp(\vec{r}) = \begin{pmatrix} S_x(\vec{r}) \\ S_y(\vec{r}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

➔ $$\left\langle \vec{k}\right|\vec{S}_\perp(\vec{r})\cdot\vec{S}_\perp(\vec{r}\,')\left|\vec{k}\right\rangle = \frac{1}{2}\frac{2S}{N}\left[e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}\,')} + e^{-i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}\,')}\right] = \frac{2S}{N}\cos\left[\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}\,')\right], \quad \vec{r}\neq\vec{r}\,'$$

➔ *zwischen den Positionen* $|\vec{r}>$ *und* $\vec{r}\,'>$ *ist der mittlere Spin von* $|\vec{k}>$ *in transversaler Richtung um den festen Winkel* $\vec{k}\cdot(\vec{r} - \vec{r}\,')$ *verdreht*

➔ *Spin-Welle mit Wellenvektor* $\vec{k}$ *und Energie* ΔE_k

Zusammenfassung vom 03.01.2012

Magnon *quantisierte Spin-Welle mit Wellenvektor $\vec{k}$ und Energie:*

$$\hbar\omega_k = \Delta E_{\vec{k}} = 2S\sum_{\vec{r}\neq 0} J(\vec{r})\sin^2\left(\tfrac{1}{2}\vec{k}\cdot\vec{r}\right)$$

Magnon-Energie

$$\hbar\omega_k = 2zJ_0S\sin^2\left(\tfrac{1}{2}\vec{k}\cdot\vec{r}\right) \cong \frac{1}{2}zJ_0S\,(ka)^2 \quad \Rightarrow \quad k = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_k}{zJ_0Sa^2}}$$

*für kubisches Gitter (Gitterkonstante **a**) mit Austausch-konstante J_0 zwischen den **z** nächsten Nachbarn*

Energie-Quantisierung

$$E_{n_k} = \left(n_k + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_k$$

Energie für Besetzungszustand von n_k Magnonen mit Frequenz ω_k

thermische Anregung von Magnonen

➔ *M agnonen folgen der Planck-Verteilung:*

$$\langle n_k\rangle = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega_k}{kT}} - 1}$$

Gesamtzahl ange-regter Magnonen bei Temperatur T

$$\sum_{\vec{k}} n_k = \int d\omega\, D(\omega)\langle n(\omega)\rangle = 0.0587\, V\left(\frac{2k_B}{zJ_0Sa^2}\right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}$$

mit $$D(\omega) = D(k)\frac{dk}{d\omega} = \frac{V}{4\pi^2}\left(\frac{2\hbar}{zJ_0Sa^2}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\omega}$$

analog zum freien Elekt-ronengas

und $$D(k) = \frac{dN}{dk} = \frac{V}{2\pi^2}k^2 \qquad N(k) = \frac{V}{(2\pi)^3}\frac{4\pi}{3}k^3$$

Zusammenfassung vom 03.01.2012

Magnetisierungsänderung durch Magnonen-Anregung

$$\Delta M = \frac{\mu_B}{V}|\Delta S|\sum_k n_k$$

ΔS = -1 für jedes Magnon

mit $$M_{sat} = \frac{N}{V}\mu_B S = \frac{N}{Na^3}\mu_B S$$

Sättigungs-magnetisierung

N = *Anzahl Ionen, bzw. Spins*

z = *Anzahl nächste Nachbarn*

J_0 = *Austausch-Konstante*

Bloch $T^{3/2}$-Gesetz

➔

$$\frac{\Delta M}{M_{sat}} = 0.0587\frac{1}{S}\left(\frac{2k_B}{zJ_0S}\right)^{\frac{3}{2}}T^{\frac{3}{2}}$$