Zusammenfassung vom 03.02.2012

Ginzburg-Landau-Parameter $\kappa = \dfrac{\Lambda_L}{\xi_{coh}}$

$\kappa < 1$: *Typ I Supraleiter* ➔ $B_{c2} < B_{c1}$

$\kappa > 1$: *Typ II Supraleiter* ➔ $B_{c1} < B_{c2}$

Abschätzung der kritischen Felder

$$B_{crit} = \sqrt{B_{c1}\, B_{c2}} = \frac{\phi_0}{\pi \Lambda_L \xi_{coh}} = \kappa B_{c1} = \frac{1}{\kappa} B_{c2}$$

Stabilitätskriterium für supraleitenden Zustand

$$\Delta E = \Delta E_{magn} - \Delta E_{kond} = \frac{1}{2\mu_0} B_0^2 \pi \Lambda_L^2\, \delta z - \frac{1}{2\mu_0} B_{crit}^2 \pi \xi_{coh}^2\, \delta z < 0$$

➔ *entspricht der Differenz zwischen der aufzuwendenden Feldenergie im äußeren Feld* B_0 *minus der Kondensationsenergie*

➔ $$\Delta E = \frac{\pi}{2\mu_0}\left(B_0^2 \Lambda_L^2 - B_{crit}^2 \xi_{coh}^2\right)\delta z = \frac{\pi}{2\mu_0}\xi_{coh}^2 \left(\kappa^2 B_0^2 - \frac{1}{\kappa^2} B_{c2}^2\right)\delta z \le 0$$

➔ $$\kappa^2 B_0^2 - \frac{1}{\kappa^2} B_{c2}^2 < 0$$

für $\kappa < 1$: $B_{c2} < B_0 < B_{c1}$ ➔ $\Delta E < 0$ ➔ *Typ I Supraleiter*

➔ *nur ein kritisches Feld:* B_{c1}

für $\kappa > 1$: $B_0 < B_{c1}$ ➔ $\Delta E < 0$

$B_{c1} < B_0 < B_{c2}$ ➔ $\Delta E > 0$

➔ *Typ II Supraleiter*

➔ *zwei kritische Felder:* B_{c1}, B_{c2}

Zusammenfassung vom 03.02.2012

Quasiteilchen

Plasmon longitudinale Eigenschwingung des freien Elektronengases (in Metallen)

Polariton Kopplung einer elektromagnetischen Welle mit einer transversalen Gitterschwingung (im Isolator oder Halbleiter)

Exziton Gebundenes Elektron-Loch-Paar (im Isolator oder Halbleiter)

dielektrische Verschiebung

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon(\omega, \vec{k})\varepsilon_0 \vec{E} \qquad \varepsilon = \varepsilon(\omega, \vec{k})$$

dielektrische Funktion

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_{ext} + \rho_{ind}}{\varepsilon_0} \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{ext}$$

Bewegungsgleichung des freien Elektrons *(im Grenzfall k = 0)*

$$m\ddot{\vec{r}} + m\gamma\dot{\vec{r}} = -e\vec{E} = -e\vec{E}_0 e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{r}(t) = \frac{e}{m\omega(\omega - i\gamma)}\vec{E}_0 e^{i\omega t}$$

induzierte Polarisation

$$\vec{P}(t) = -ne\vec{r}(t) = -\frac{ne^2}{m\omega(\omega - i\gamma)}\vec{E}_0 e^{i\omega t}$$

Zusammenfassung vom 03.02.2012

dielektrische Funktion
(für k = 0)

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\gamma)} = 1 - i\frac{\tilde{\sigma}(\omega)}{\varepsilon_0 \omega}$$

$\tilde{\sigma}$ (ω) = komplexe Leitfähigkeit

$$\rightarrow \varepsilon_1(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$

um Interbandübergänge bei höheren Energien zu berücksichtigen, wird $1 < \varepsilon_\infty \leq 10$ eingeführt:

$$\rightarrow \varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \qquad \varepsilon_2(\omega) = \frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}$$

Plasma-Frequenz

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}}$$

unabgeschirmt ($\tilde{\varepsilon} = 0$ für $\gamma = 0$)

$$\omega_p^{*2} = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon_\infty} - \gamma^2$$

abgeschirmt ($\tilde{\varepsilon} = 0$)

komplexer Brechungsindex

$$\tilde{n} = n - ik$$

n *= Brechungsindex* **k** *= Absorptionsindex*

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \tilde{n}^2(\omega) = (n - ik)^2 = n^2 - k^2 - i2nk$$

$$\rightarrow \varepsilon_1(\omega) = n^2 - k^2 \qquad \varepsilon_2(\omega) = 2nk$$

$$\rightarrow n^2 = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}\right) \qquad k^2 = \frac{1}{2}\left(-\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}\right)$$

Reflektivität
(senkrechte Inzidenz)

$$R = \frac{I_{refl}}{I_{ein}} = \left|\tilde{\rho}_{s,p}\right|^2 = \frac{\left|\tilde{n} - 1\right|^2}{\left|\tilde{n} + 1\right|^2} = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}$$

$\tilde{\rho}_{s,p}$ = E_{refl}/E_{ein} = komplexer Reflexionskoeffizient

$\rightarrow$ *folgt aus den Fresnel-Formeln*

***s, p** = senkrecht, bzw. parallel zur Einfallsebene polarisiert*

Zusammenfassung vom 03.02.2012

dielektrische Funktion für $\omega \to 0$ ($\gamma << \omega_p$)

$$\varepsilon_1(\omega \to 0) = \varepsilon_{opt} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2+\gamma^2} \cong -\frac{\omega_p^2}{\omega^2+\gamma^2} \qquad \varepsilon_1(\omega=0) = -\frac{\omega_p^2}{\gamma^2} << 0$$

$$\varepsilon_2(\omega \to 0) = \frac{\omega_p^2\,\gamma}{\omega\left(\omega^2+\gamma^2\right)} \cong -\frac{\gamma}{\omega}\varepsilon_1(\omega \to 0) \qquad \varepsilon_2(\omega \to 0) = \frac{\omega_p^2}{\gamma}\frac{1}{\omega} \to \infty$$

Reflektivität für $\omega \to 0$ ($\gamma << \omega_p$)

$$R = 1 - \frac{4n}{n^2+k^2+2n+1} = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{\varepsilon_1+\sqrt{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}}}{\sqrt{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}+\sqrt{2}\sqrt{\varepsilon_1+\sqrt{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}}+1}$$

$$\Rightarrow R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{|\varepsilon_1|}\omega^{-1/2}\sqrt{-\omega+\sqrt{\omega^2+\gamma^2}}}{|\varepsilon_1|\omega^{-1}\sqrt{\omega^2+\gamma^2}+\sqrt{2|\varepsilon_1|}\omega^{-1/2}\sqrt{-\omega+\sqrt{\omega^2+\gamma^2}}} = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}}{\frac{\omega_p^2}{\gamma^2}\omega^{-1}\gamma+\sqrt{2}\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}}$$

Gesetz von Hagen-Rubens

$$\Rightarrow R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}}{\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}\left(\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}+\sqrt{2}\right)} = 1 - \frac{4\sqrt{\gamma\,\omega}}{\sqrt{2}\omega_p} = 1 - 2\sqrt{\frac{2\varepsilon_0\,\omega}{\sigma_0}}$$

➔ ***R → 100% wenn $\omega \to 0$***

➔ ***metallische Reflexion!***