Zusammenfassung vom 07.02.2012

komplexer Brechungsindex

$$\tilde{n} = n - ik$$

n = *Brechungsindex* **k** = *Absorptionsindex*

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \tilde{n}^2(\omega) = (n - ik)^2 = n^2 - k^2 - i2nk$$

➔ $\varepsilon_1(\omega) = n^2 - k^2$ $\varepsilon_2(\omega) = 2nk$

➔ $n^2 = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}\right)$ $k^2 = \frac{1}{2}\left(-\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}\right)$

Reflektivität *(senkrechte Inzidenz)*

$$R = \frac{I_{refl}}{I_{ein}} = \left|\tilde{\rho}_{s,p}\right|^2 = \frac{\left|\tilde{n} - 1\right|^2}{\left|\tilde{n} + 1\right|^2} = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}$$

$\tilde{\rho}_{s,p}$ = E_{refl}/E_{ein} = *komplexer Reflexionskoeffizient*

s, p = *senkrecht, bzw. parallel zur Einfallsebene polarisiert*

➔ *folgt aus den Fresnel-Formeln:*

$$\rho_s = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \qquad \rho_p = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}$$

mit α = 0 ➔ $\rho_s = -\frac{n-1}{n+1} = -\rho_p$

Zusammenfassung vom 07.02.2012

dielektrische Funktion für $\omega \to 0$ ($\omega << \gamma << \omega_p$)

$$\varepsilon_1(\omega \to 0) = \varepsilon_{opt} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \cong -\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \qquad \varepsilon_1(\omega = 0) = -\frac{\omega_p^2}{\gamma^2} << 0$$

$$\varepsilon_2(\omega \to 0) = \frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega\left(\omega^2 + \gamma^2\right)} \cong -\frac{\gamma}{\omega}\varepsilon_1(\omega \to 0) \qquad \varepsilon_2(\omega \to 0) = \frac{\omega_p^2}{\gamma}\frac{1}{\omega} \to \infty$$

Reflektivität für $\omega \to 0$ ($\omega << \gamma << \omega_p$)

$$R = 1 - \frac{4n}{n^2 + k^2 + 2n + 1} = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}}}{\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + \sqrt{2}\sqrt{\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}} + 1}$$

$$\Rightarrow R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{|\varepsilon_1|\omega^{-1/2}}\sqrt{-\omega + \sqrt{\omega^2 + \gamma^2}}}{|\varepsilon_1|\omega^{-1}\sqrt{\omega^2 + \gamma^2} + \sqrt{2|\varepsilon_1|\omega^{-1/2}}\sqrt{-\omega + \sqrt{\omega^2 + \gamma^2}}} = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}}{\frac{\omega_p^2}{\gamma^2}\omega^{-1}\gamma + \sqrt{2}\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}}$$

Gesetz von Hagen-Rubens

$$\Rightarrow R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}}{\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma}\left(\frac{\omega_p}{\gamma}\omega^{-1/2}\sqrt{\gamma} + \sqrt{2}\right)} = 1 - \frac{4\sqrt{\gamma\,\omega}}{\sqrt{2}\omega_p} = 1 - 2\sqrt{\frac{2\varepsilon_0\,\omega}{\sigma_0}}$$

➔ ***$R \to 100\%$ wenn $\omega \to 0$***

➔ ***Reflexion steigt mit zunehmender statischen Leitfähigkeit σ_0***

➔ ***optische Bestimmung der statischen Leitfähigkeit!***

Zusammenfassung vom 07.02.2012

Reflektivität für $\gamma << \omega < \omega_p$

$$R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{|\varepsilon_1|}\,\omega^{-1/2}\sqrt{-\omega+\sqrt{\omega^2+\gamma^2}}}{|\varepsilon_1|\,\omega^{-1}\sqrt{\omega^2+\gamma^2}+\sqrt{2|\varepsilon_1|}\,\omega^{-1/2}\sqrt{-\omega+\sqrt{\omega^2+\gamma^2}}+1}$$

$$\Rightarrow \quad R = 1 - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{|\varepsilon_1|}\sqrt{\frac{1}{2}\gamma^2/\omega^2}}{|\varepsilon_1| + \sqrt{2}\sqrt{|\varepsilon_1|}\sqrt{\frac{1}{2}\gamma^2/\omega^2}+1} = 1 - \frac{2\frac{\omega_p\gamma}{\omega^2}}{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}+\frac{\omega_p\gamma}{\omega^2}+1} = 1 - \frac{2\gamma}{\omega_p\left(1+\frac{\gamma}{\omega_p}+\frac{\omega^2}{\omega_p^2}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad R = 1 - 2\frac{\gamma}{\omega_p} \cong \text{const.}$$

$\Rightarrow$ **$R \leq 100\% \cong$ const.**

$\Rightarrow$ ***metallische Reflexion!***

Reflektivität für $\gamma << \omega_p << \omega$ $\Rightarrow$

$$R = 1 - 2\frac{1}{1+\frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_\infty}+\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_\infty}}}$$

$\Rightarrow$ **$R \rightarrow 0\%$ *wenn* $\varepsilon_\infty \rightarrow 1$**

$\Rightarrow$ ***Metall wird transparent für $\omega >> \omega_p$***

Zusammenfassung vom 07.02.2012

longitudinale Eigenschwingung *(Plasmon)*

sei $\gamma \cong 0$ ➔ $\tilde{\varepsilon} \cong \varepsilon_1$ *für* $\omega = \omega_p^*$ ➔ $\tilde{\varepsilon}(\omega_p^*) \cong \varepsilon_1(\omega_p^*) = 0$

➔ $\vec{D} = \varepsilon(\omega)\varepsilon_0\vec{E} \cong \varepsilon_1(\omega)\varepsilon_0\vec{E} = 0 \cong \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$

➔ $\vec{P} = -\varepsilon_0\vec{E} = -\varepsilon_0\vec{E}_0 e^{i\omega t}$ $\vec{P}$ *und* $\vec{E}$ *schwingen in Gegenphase*

mit $\vec{P} = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N_e}\vec{p}_i = -Ne\vec{r}$ ➔ $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 e^{i\omega t} = \frac{\varepsilon_0}{Ne}\vec{E}_0 e^{i\omega t}$ N_e *= Anzahl Elektr. pro Vol.*

➔ *periodische Auslenkung des Elektronengases* N *= Ladungsträgerdichte*

➔ *Auslenkung erzeugt Oberflächenladung* σ

➔ *Oberflächenladung erzeugt Gegenfeld:* $\vec{E}_{ind}(\omega, t) = \vec{E}(\omega, t)$

➔ E_{ind} *wirkt als rücktreibende Kraft:* $\vec{F}_{rück} = -e\vec{E}_{ind} = -e\vec{E}$

Plasmon Bewegungsgleichung *($k_p = 0$)*

➔ $\vec{F}_{rück} = m\ddot{\vec{r}} = -\frac{Ne^2}{\varepsilon_0}\vec{r} = -m\omega_p^2\vec{r}(t)$ $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}}$

➔ $\ddot{\vec{r}}(t) + \omega_p^2\vec{r}(t) = 0$ *harmonischer Oszillator!*

Plasmon-Dispersionsrelation *($k_p \geq 0$)*

$$\omega \cong \omega_p\left(1 + \frac{3}{10}\frac{k_p^2 v_F^2}{\omega_p^2} + \cdots\right)$$