

6. Übung (Abgabe Di. 6. Dezember 2011 zu Beginn der Vorlesung oder spätestens bis 16:00 im Briefkasten im Sekretariat bei Frau Badow)

20. Diamagnetismus des Wasserstoff-Atoms

Die Wellenfunktion von Wasserstoff im Grundzustand $1s$ ist:

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}, \text{ mit } a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0.529 \text{ \AA}$$

- (a) Zeigen Sie, dass das mittlere Abstandsquadrat gegeben ist durch $\langle r^2 \rangle = 3a_0^2$.
- (b) Berechnen Sie die molare diamagnetische Suszeptibilität $\chi_{\text{dia}}^{\text{H}}$, indem Sie die Magnetisierung durch Integration über differentielle, durch das Magnetfeld induzierte Kreisströme bestimmen. *Hinweis: Die Ladungsdichte im H-Atom ist $\rho(r) = -e|\psi(r)|^2$. Betrachten Sie den Kreisstrombeitrag dI , den eine Ladung dQ in einem Volumen dV erzeugt, wenn die Elektronendichte im Magnetfeld mit der Zyklotronfrequenz ω_c rotiert.*
- (4 Punkte)

21. Brillouin-Funktion

- (a) Zeigen Sie, dass die allgemeine Brillouin-Funktion $B_J(x)$ sich für $J = 1/2$ reduziert zu $B_{1/2} = \tanh(x)$, dem in der Vorlesung besprochenen Spezialfall des 2-Niveau-Systems.
- (b) Beweisen Sie, dass für alle Werte von J für die Brillouin-Funktion gilt: $B_J(x) = 1$ für $x \rightarrow \infty$.
- (4 Punkte)

22. Grundzustand und Magnetismus von Übergangs- und Seltene-Erd-Elementen

- (a) Bestimmen Sie in Russel-Saunders-Kopplung (Hund'sche Regeln) für die freien Ionen Mn^{3+} , Pr^{3+} , Eu^{3+} , Eu^{2+} , Tm^{3+} und Tm^{2+} den Grundzustand $^{2S+1}L_J$, die effektive Anzahl Bohr'scher Magnetonen p sowie das Sättigungsmoment $M_{\text{sat}} = M(x \rightarrow \infty)$, wobei $x = g(\text{JLS})\mu_B JB_0 / (kT)$. Zeichnen Sie jeweils ein Kästchendiagramm.
- (b) Begründen Sie, warum die Werte für Eu^{3+} und Mn^{3+} stark von den experimentellen Werten $p_{\text{exp}}^{\text{Eu}^{3+}} = 3.4$ und $p_{\text{exp}}^{\text{Mn}^{3+}} = 4.9$ abweichen.

Hinweis: Die s-Elektronen werden bei der Ionisation zuerst abgegeben. Für $L = S \neq 0$ und $J = 0$ ist der Landé g-Faktor nicht definiert, da in der $|JLSJ_z\rangle$ -Basis die Gleichung $L_z + g_0 S_z = J_z$ nicht mehr gültig ist ($J_z = 0!$). Die Sättigungsmagnetisierung M_{sat} und die effektive Anzahl Bohr'scher Magnetonen p verschwinden dann.

(4 Punkte)

23. Paramagnetismus für $S = 1$

- (a) Berechnen Sie die Magnetisierung als Funktion des äußeren Magnetfeldes B_0 und der Temperatur für ein System mit Spin $S = 1$, Bahndrehimpuls $L = 0$, magnetischem Moment μ und Konzentration n .
- (b) Zeigen Sie, dass für $\mu_B B_0 \ll kT$ gilt: $M = 2n\mu^2 B / (3kT)$.

(4 Punkte)