

**9. Übung (Abgabe Di. 10. Januar 2012 zu Beginn der Vorlesung oder spätestens bis 16:00 im Briefkasten im Sekretariat bei Frau Badow)**

**29. Néel-Temperatur**

In der Vorlesung wurde bei der Herleitung der Néel-Temperatur in der Molekularfeld-Näherung für den Antiferromagnetismus die ferromagnetische Kopplung innerhalb der Untergitter vernachlässigt. Betrachten Sie nun neben der antiferromagnetischen Kopplung  $\lambda_{AB} > 0$  zwischen den beiden magnetischen Untergitter  $A$  und  $B$  (mit gleicher Curie-Konstante  $C$ ), auch eine ferromagnetische Kopplung  $\lambda > 0$  innerhalb der beiden Untergittern  $A$  und  $B$  mit  $\lambda < \lambda_{AB}$ , d.h. die antiferromagnetische Kopplung dominiert. Zeigen Sie, dass dann die folgende Beziehung zwischen der Néel-Temperatur  $T_N$  und der über eine lineare Extrapolation von  $\chi^{-1}(T)$  zu null erlangten Temperatur  $\theta$  existiert:

$$\frac{\theta}{T_N} = \frac{\lambda_{AB} + \lambda}{\lambda_{AB} - \lambda}.$$

*Hinweis: Siehe Online-Übungsblatt mit Hinweisen.*

(4 Punkte)

**30. Ferrimagnetische Ordnung**

Zeigen Sie, dass aus drei antiferromagnetischen Austauschwechselwirkungen eine ferrimagnetische Ordnung resultieren kann. Betrachten Sie dazu ein Material mit zwei magnetischen Untergittern  $A$  (mit Curie-Konstante  $C_A$ ) und  $B$  (mit Curie-Konstante  $C_B$ ), wobei sowohl das Untergitter  $A$  als auch  $B$  für sich antiferromagnetisch koppelt (mit Molekularfeldkonstante  $\lambda_A$  bzw.  $\lambda_B$ ) und zudem zwischen den beiden Untergittern  $A$  und  $B$  auch eine antiferromagnetische Kopplung ( $\lambda_{AB}$ ) existiert.

- (a) Zeigen Sie anhand der magnetostatischen potentiellen Energie  $U_{\text{mag}}$ , dass der Grundzustand eine antiferromagnetische Kopplung zwischen den Untergittern  $A$  und  $B$  aufweist, falls  $\lambda_{AB} M_A M_B > \frac{1}{2}(\lambda_A M_A^2 + \lambda_B M_B^2)$  ist.
- (b) Zeigen Sie weiter, dass für  $\lambda_{A, B} = 0$  und  $\lambda_{AB} > 0$  (entsprechend einer antiferromagnetischen Kopplung) eine ferrimagnetische Ordnung existiert und berechnen Sie die ferrimagnetische Suszeptibilität  $\chi_{\text{ferri}}$ :

$$\chi_{\text{ferri}} = \mu_0 \frac{M_A + M_B}{B_0} = \frac{(C_A + C_B)T - 2\lambda_{AB}C_A C_B}{T^2 - T_C^2}, \text{ wobei } T_C \text{ die Curie-Temperatur bedeutet.}$$

*Hinweis: Siehe Online-Übungsblatt mit Hinweisen.*

(4 Punkte)

**31. Spin-Erzeugungs- und -Vernichtungsoperator**

Zeigen Sie, dass für den angeregten Zustand  $|\vec{r}'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2S}} S_-(\vec{r})|0\rangle$  gilt:  $S_-(\vec{r}')S_+(\vec{r})|\vec{r}'\rangle = 2S|\vec{r}'\rangle$ ,

wobei  $S_{\pm}(\vec{r})|S_z\rangle_{\vec{r}} = \sqrt{(S \mp S_z)(S + 1 \pm S_z)}|S_z \pm 1\rangle_{\vec{r}}$ ,  $|0\rangle = \prod_{\vec{r}_i} |S\rangle_{\vec{r}_i}$  der Grundzustand des Heisenberg-Ferromagneten und  $S$  der maximale Wert des  $S_z$ -Operators ist.

(2 Punkte)