

## Repetition Wellen 25.06.2009

**allgemeine Form der Wellengleichung:**  $\left( \Delta - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) f(\vec{r}, t) = 0$   $v = \text{Geschwindigkeit}$

**allgemeine Lösung:**  $f(\vec{r}, t) = f(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) + f(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$

*f(z) ist eine beliebige, zweimal stetig differenzierbare Funktion, die nicht periodisch sein muss!*

**Phase einer Welle:**  $\Phi$  : Argument von  $f(\vec{r}, t) = f(\Phi)$   $\rightarrow \Phi = \Phi(\vec{r}, t)$

$\Phi = \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t$   $\rightarrow f(\vec{r}, t) = f(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$  *ebene Welle*

$\Phi = k r - \omega t$   $\rightarrow f(\vec{r}, t) = f(k r - \omega t)$  *kugelförmige Welle*

**Wellenfront:** *Fläche konstanter Phase*  $\rightarrow$  *Amplitude  $f(\phi) = \text{const.}$*

**Wellenvektor:**  $\vec{k} = k \vec{e}_{\vec{k}}$   $k = \text{Wellenzahl}$

**Bemerkung:** *Im Gegensatz zu Schwingungen können Wellen Energie und Impuls übertragen!*

**harmonische ebene Welle:**  $\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} \pm \omega t + \delta) = \text{Re} \left\{ \vec{A}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} \pm \omega t + \delta)} \right\}$

$v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$   $\lambda = \frac{2\pi}{k}$   $v = v \lambda = \frac{\omega}{k}$   $\vec{k} = \text{Ausbreitungsrichtung}$   
*Frequenz* *Wellenlänge* *Geschwindigkeit*

**Bemerkung:** *räumlich* (Wellenlänge  $\lambda$ ) und *zeitlich* (Frequenz  $v$ ) periodisch  
 ‘-’/‘+’ nach **rechts/links** laufende Welle (für  $\vec{r} \parallel \hat{e}_x$ )

**Wellenfront der ebenen Welle:**  $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{const}$  *parallele Ebenen im Abstand  $\lambda$  senkrecht zu  $\vec{k}$*  →

**Intensität:**  $I \propto |\vec{A}|^2$   *$I = \text{const}$  entlang der Ausbreitungsrichtung*

**transversale Welle:**  $\vec{A}_0 \cdot \vec{k} = 0$  → *Amplitude **senkrecht** zur Ausbreitungsrichtung*  
*Bsp. Wasserwellen, elektromagnetische Wellen*

**longitudinale Welle:**  $\vec{A}_0 \parallel \vec{k}$  → *Amplitude **parallel** zur Ausbreitungsrichtung*  
*Bsp. Schallwellen in Flüssigkeiten und Gasen*

**harmonische Kugelwelle:**  $\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}_0 \frac{1}{r} \cos(kr \pm \omega t + \delta) = \text{Re} \left\{ \vec{A}_0 \frac{1}{r} e^{i(kr \pm \omega t + \delta)} \right\}$  →  $I \propto r^{-2}$

**Reflexion von Seilwellen:** *freies Ende* →  $\vec{A}_{\text{refl}} = \vec{A}_{\text{ein}}$  *refl. Welle hat **gleiches** Vorzeichen*  
*festes Ende* →  $\vec{A}_{\text{refl}} = -\vec{A}_{\text{ein}}$  *Phasensprung von  $\pi$ , d.h. Welle **kommt invertiert** zurück!*

**Reflexion und Transmission von Wellen:**  $\vec{A}_{\text{ein}} + \vec{A}_{\text{refl}} = \vec{A}_{\text{trans}}$   $\vec{A}_{\text{refl}} = \rho \vec{A}_{\text{ein}}$   $\rho = \text{Reflexionskoeffizient}$   
 →  $1 + \rho = \sigma$   $\vec{A}_{\text{trans}} = \sigma \vec{A}_{\text{ein}}$   $\sigma = \text{Transmissionskoeffizient}$