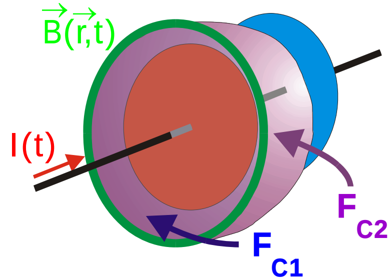
Zusammenfassung vom 25.06.2009

VIII Maxwell'sche Gleichungen

Maxwell'scher Verschiebungsstrom: $I_V = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_A \vec{E}\cdot d\vec{A}$ $\quad \vec{j}_V = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\vec{E}$



verallgemeinerte Stromdichte: $\vec{j}_{maxw} = \vec{j} + \vec{j}_V = \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\vec{E}$

Maxwell-Gleichungen:

$$\int_{A_V} \vec{E}(\vec{r},t)\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{innen}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho(\vec{r},t)\,d^3r \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{\rho(\vec{r},t)}{\varepsilon_0}$$

Gauß-Gesetz

$$\oint_{S_A} \vec{E}(\vec{r},t)\cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\int_A \vec{B}(\vec{r},t)\cdot d\vec{A} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}(\vec{r},t)$$

Faraday-Gesetz

$$\int_{A_V} \vec{B}(\vec{r},t)\cdot d\vec{A} = 0 \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r},t) = 0$$

„Gauß-Gesetz"

$$\oint_{S_A} \vec{B}(\vec{r},t)\cdot d\vec{s} = \mu_0 I(t) + \mu_0 I_V(t) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}(\vec{r},t) = \mu_0\vec{j}(\vec{r},t) + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}(\vec{r},t)$$

$$= \mu_0\int_A \vec{j}(\vec{r},t)\cdot d\vec{A} + \mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\int_A \vec{E}(\vec{r},t)\cdot d\vec{A}$$

Ampère-Gesetz

Maxwell-Gleichungen im Vakuum:

I. $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r},t)=0$ *II.* $\vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t)=-\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}(\vec{r},t)$

III. $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r},t)=0$ *IV.* $\vec{\nabla}\times\vec{B}(\vec{r},t)=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}(\vec{r},t)$

IX elektromagnetische Wellen

Wellengleichung: ***(im Vakuum)***

$$\Delta\vec{E}(\vec{r},t)=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E}(\vec{r},t)$$

für elektromagnetische Wellen im Vakuum

$$\Delta\vec{B}(\vec{r},t)=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{B}(\vec{r},t) \;\rightarrow\; c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

Lichtgeschwindigkeit

ebene elektromagnetische Welle im Vakuum:

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\delta\right)=\mathrm{Re}\left\{\vec{E}_0 e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\delta\right)}\right\}$$

$$\vec{B}(\vec{r},t)=\vec{B}_0\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\delta\right)=\mathrm{Re}\left\{\vec{B}_0 e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\delta\right)}\right\}$$

transversale Welle

$$\vec{E}\cdot\vec{k}=0 \quad \vec{B}\cdot\vec{k}=0 \quad \vec{E}\cdot\vec{B}=0 \quad \left|\vec{E}_0\right|=c\left|\vec{B}_0\right|$$

$\vec{E}$, $\vec{B}$ und $\vec{k}$ stehen senkrecht zueinander

$$c=\omega/k=\nu\lambda$$

ν, λ = Frequenz, Wellenlänge

Energiedichte:

$$w_{em}=w_{elektr}+w_{magn}=\varepsilon_0\vec{E}^2=\frac{1}{\mu_0}\vec{B}^2=\frac{1}{\mu_0 c}\left|\vec{E}\right|\left|\vec{B}\right|$$

E- und B-Feld haben gleiche Energiedichte

Poynting-Vektor:

$$\vec{S}=\frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} \;\rightarrow\; I=\left|\vec{S}\right|=c\,w_{em}$$

Maß für den Energiefluss

I = Intensität = Leistung/Fläche

Impuls:

$$\left|\vec{p}\right|=\frac{W}{c}=\frac{V\,w_{em}}{c}=V\frac{I}{c^2}=\frac{V}{c^2}\left|\vec{S}\right|$$

V = Volumen