Zusammenfassung vom 11.07.2011

XI Interferenz und Beugung

Kohärenz: *zwei Wellen sind kohärent, wenn eine feste Phasenbeziehung δ zwischen ihnen besteht*

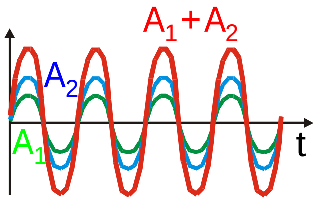
Kohärenzlänge: *maximal zulässige Wegdifferenz, bei der noch Interferenz auftritt*

$\lambda_c \sim 10^{-4}$ m für thermische Lichtquellen (Lampen, Sonne, etc.)

$\lambda_c >> 1$ m für Laser

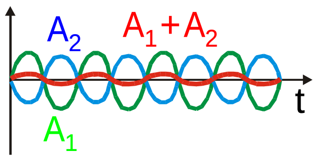
Interferenz: *zwei Wellen interferieren, wenn sie kohärent sind und die gleiche Frequenz besitzen*

konstruktive Interferenz: $\delta = 2m\pi,\ m \in \mathbb{Z}$



$\Delta\delta$ = Phasendifferenz

destruktive Interferenz: $\delta = (2m+1)\pi,\ m \in \mathbb{Z}$

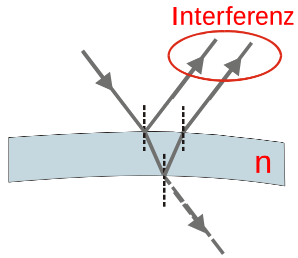


Interferenz an einer dünnen Schicht:

$$\Delta r = 2d \rightarrow \Delta\phi = \frac{4\pi d n}{\lambda}$$

Wegunterschied Δr und Phasendifferenz $\Delta\phi$ für senkrechte Inzidenz $\alpha = 0$ konstruktive Interferenz

$$\rightarrow \lambda = \frac{2nd}{m},\ m \in \mathbb{Z}$$



verschiedene Farben (λ) interferieren für unterschiedliche Dicke, zudem hängt die Wegdifferenz vom Winkel α ab $\rightarrow$ Regenbogenfarben

Fraunhofer-Beugung:

Lichtquelle ∞-weit weg ➜ ebene einfallende Wellen

Beobachtungsschirm ∞-weit weg ➜ nur parallele Strahlen interferieren

Abhängigkeit der Intensität nur vom Beobachtungswinkel

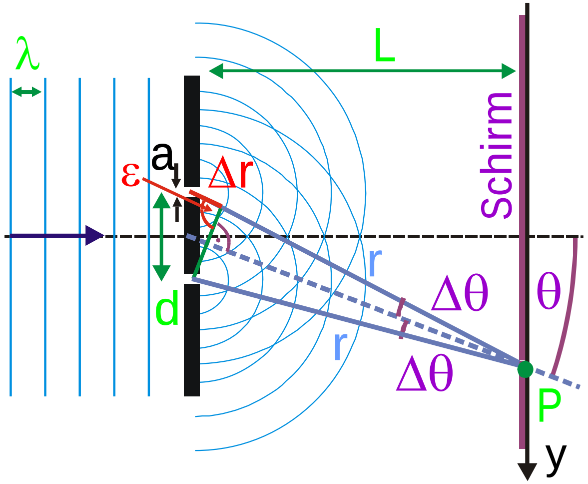
Fraunhofer-Näherung am Doppelspalt:

*Spaltabstand **d** viel kleiner als Abstand des Beobachtungsschirms* ($d \ll L$)

*Spaltlänge **b** sehr groß* ($b \gg d$)

*Spaltbreite **a** sehr klein* ($a \ll d$)

➜ *jeder Spalt erzeugt eine Huygens'sche Elementarwelle*



*Betrachte zwei Strahlen, die sich im Punkt **P** treffen (Schirm bei **L** endlich weit weg):*

Beobachtungswinkel θ = Winkelhalbierende der beiden Strahlen

➜ *gleichschenkliges Dreieck zwischen Spalt und Punkt P*

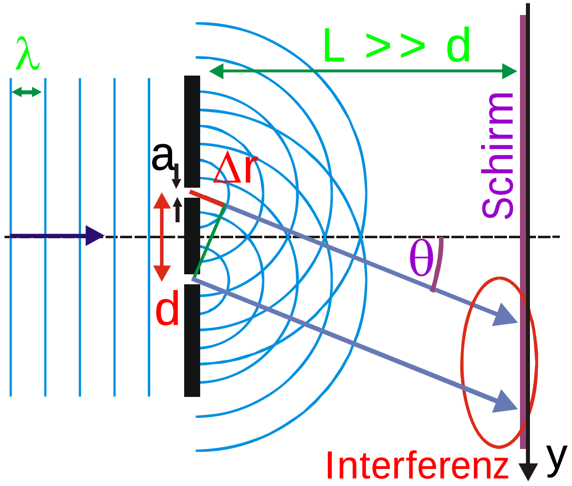
➜ *Wegdifferenz zwischen den Strahlen:* Δr

wenn $L \to \infty$, *dann geht* $\Delta\theta \to 0$

➜ *Winkel* $\varepsilon = 90° - \Delta\theta \cong 90°$ *für* $\Delta\theta \to 0$

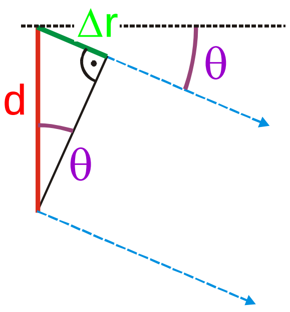
➜ *brauche nur noch das rechtwinklige Dreieck gebildet aus **d** und* Δr *zu betrachten, die Wegdifferenz bleibt* Δr

Interferenz am Doppelspalt *(Fraunhofer-Näherung L >> d)*:



$\Delta r = d \sin\theta$ *Wegdifferenz*

$\Delta r = d \sin\theta = m\lambda,\ m \in \mathbb{Z}$ *konstruktive Interferenz*



➜ ***Maxima:*** $\sin\theta = m\dfrac{\lambda}{d},\ m \in \mathbb{Z}$

➜ ***Minima:*** $\sin\theta = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2d},\ m \in \mathbb{Z}$

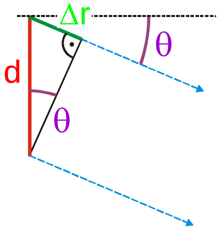
Abstand der Maxima: *sei* **y** *der Auftreffort der interferierenden Strahlen auf der y-Achse (= Abstand vom Punkt* P *zur Mittelachse der beiden Spalte)*

➜ $\tan\theta = \dfrac{y}{L} \cong \sin\theta \quad \Rightarrow \quad y = L\sin\theta \quad (\theta << 1)$

➜ $\Delta y = y_{m+1} - y_m = L\dfrac{\lambda}{d}$ *Abstand von zwei Streifen auf dem Schirm ist* ***äquidistant*** *(Beugungsmuster entlang y-Achse)*

Huygens'sche Elementarwellen:

$$\vec{E}_{1,2} = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{r}\vec{E}_0 e^{i\left(kr-\omega t+\delta_{1,2}\right)}\right\}$$



$$L \gg d,\ \theta \ll 1 \ \Rightarrow\ r \cong L$$

L = Abstand zum Schirm

Phasendifferenz:

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = k\,\Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

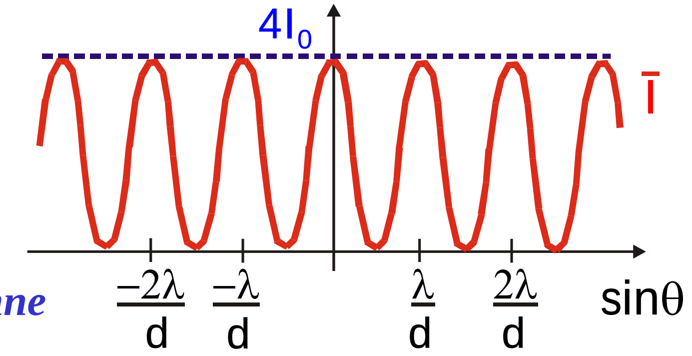
Gesamtamplitude:

$$\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{L}\vec{E}_0 e^{i\left(kL-\omega t+\delta_1+\frac{\delta}{2}\right)}\left(\underbrace{e^{-i\frac{\delta}{2}} + e^{i\frac{\delta}{2}}}_{2\cos\frac{\delta}{2}}\right)\right\}$$

Intensität:

$$\bar{I} = \langle I \rangle_t = \left\langle |\vec{S}| \right\rangle_t = \left\langle \left| \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} \right| \right\rangle_t = \left\langle \varepsilon_0 c \vec{E}^2 \right\rangle_t$$

$$\rightarrow\ \bar{I} = 4 I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)$$



$$I_0 = \frac{\varepsilon_0 c}{2L^2}\vec{E}_0^2$$

Intensität der Welle ohne Blende im Abstand L