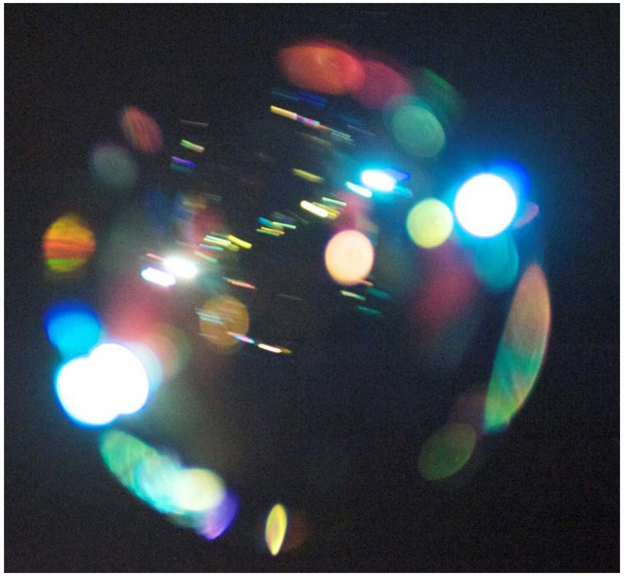
Experimentalphysik



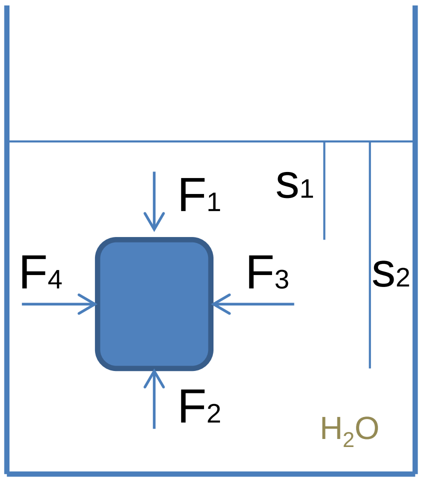
Prof. Karsten Heyne

Fachbereich Physik

Freie Universität Berlin

Archimedische Prinzip - Auftrieb

C15:
Aufrieb



$$p_1 = p_L + \rho g s_1$$
$$p_2 = p_L + \rho g s_2$$
$$F_A = F_2 - F_1 = \rho g A(s_2 - s_1) = \rho g V$$
$$F_R = F_g - F_A = gV(\rho_K - \rho_W) = gV\Delta\rho$$

Ist der Auftrieb:

C32:
Faust im
Wasser

$F_R < 0$, dann schwimmt der Körper
$F_R = 0$, dann schwebt der Körper
$F_R > 0$, dann sinkt der Körper

Archimedische Prinzip - Anwendung

Dichtebestimmung bei z.B. Flüssigkeiten (Mohrsche Waage):
Ein Körper mit Volumen V taucht ganz in Flüssigkeit 1 mit bekannter Dichte ρ_{FL1} und erfährt den Auftrieb F_{A1}. IN Flüssigkeit 2 mit unbekannter Dichte ρ_{FL2} wird der Aufrieb F_{A1} gemessen.
Die Aufriebe werden durch Wägung bestimmt und somit die unbekannte Dichte ermittelt.

$$F_{A1} = \rho_{FL1} gV, F_{A2} = \rho_{FL2} gV$$
$$\frac{F_{A1}}{F_{A2}} = \frac{\rho_{FL1}}{\rho_{FL2}}$$

Dichtebestimmung bei festen Körpern:
Es wird die Gewichtskraft $F_{G1}=\rho_K gV$ bestimmt, dann wird die Gewichtskraft F_{G2} in der Flüssigkeit bestimmt. Daraus wird die Dichte des Körpers bestimmt:

$$F_{G2} = F_{G1} - F_A = (\rho_K - \rho_{FL}) gV$$
$$F_A = \rho_{FL} gV$$
$$\rho_K = \rho_{FL} \frac{F_{G1}}{F_{G1} - F_{G2}}$$

M. Phyt.
RdK

Druckverteilung in Flüssigkeiten

Hydrostatische Paradoxon:
Der Schweredruck der Flüssigkeit (Wasser) ist unabhängig von der Gestalt des Gefäßes, aber von der Höhe s der Flüssigkeitssäule. Am Boden des Gefäßes wirkt der Schweredruck p_s.

C18: Ausfluß-zylinder

$$p_s = \rho_{FL} g s$$

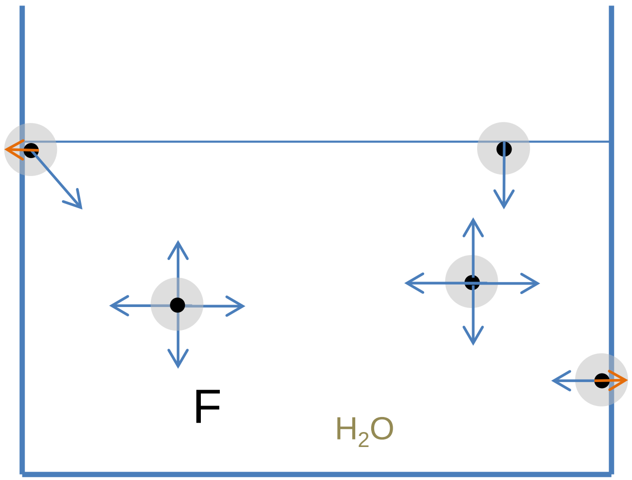
Der Luftdruck auf eine Flüssigkeitsoberfläche setzt sich in der Flüssigkeit fort.

C14: Cartes. Taucher

Oberflächenenergie / Oberflächenspannung

Oberflächenenergie:

Zwischen den Flüssigkeitsmolekülen wirken Anziehungskräfte, die stark mit dem Abstand abnehmen (~ 10^{-9} m)



Die Moleküle an der Oberfläche erfahren eine Kraft, die in die Flüssigkeit hineinwirkt. Der dadurch entstehende Druck heißt Kohäsionsdruck.

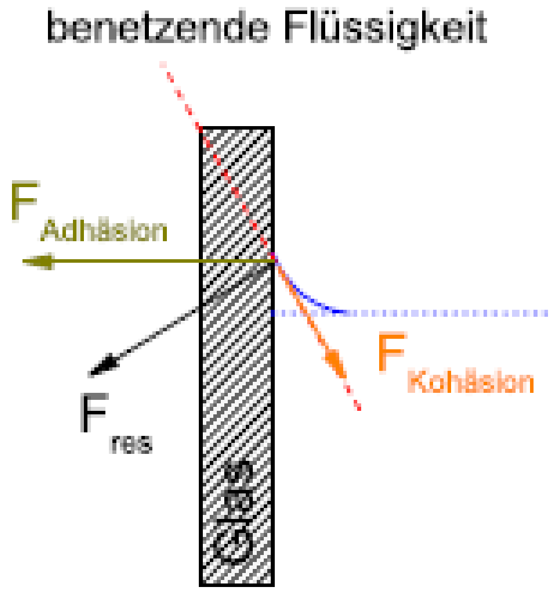
Die Oberflächenschicht der Flüssigkeit ist wie eine gespannte elastische Oberflächenhaut (Gummimembran). Ein Molekül an der Oberfläche hat eine erhöhte potentielle Energie, die spezifische Oberflächenenergie σ. Die Arbeit ΔW muss aufgebracht werden, um ein Molekül an die Oberfläche A zu bringen.

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F}{l}$$

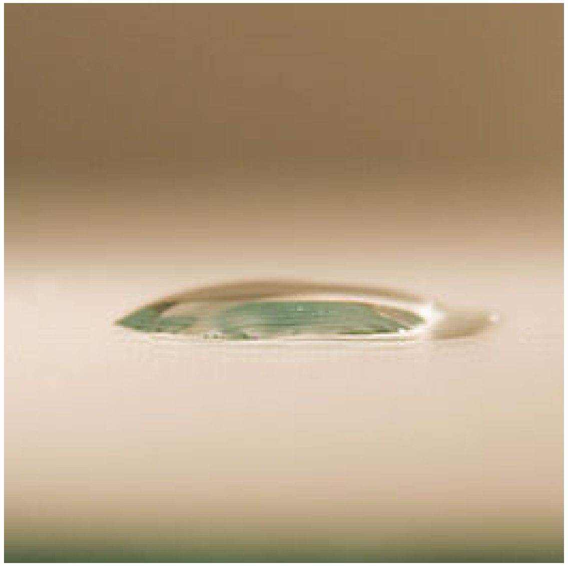
Jede Flüssigkeit strebt eine minimale Oberflächenenergie an!

C27.5: σ H_2O

Oberflächenenergie / Oberflächenspannung

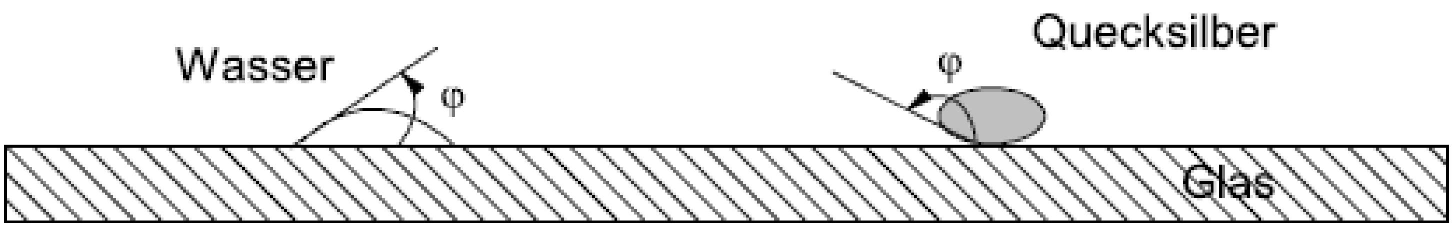


Oberflächenenenergie / Oberflächenspannung



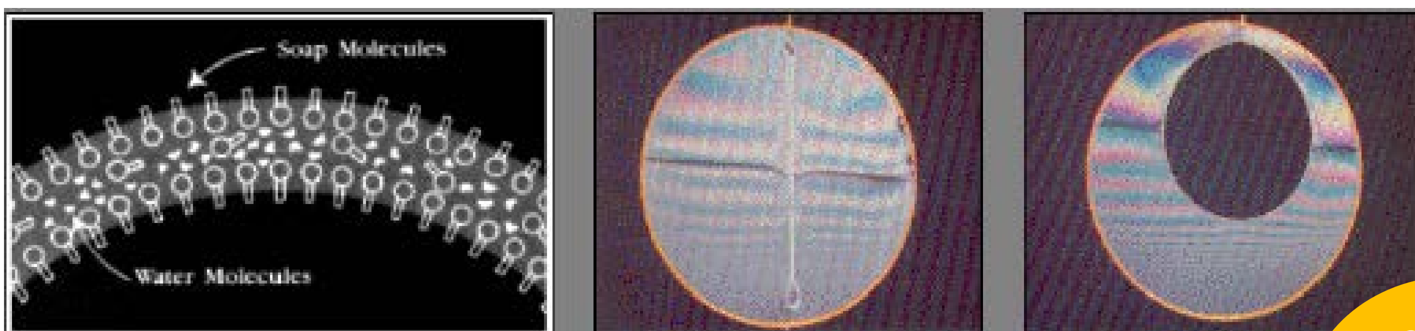
Oberflächenenergie / Oberflächenspannung

Tropfen auf einer Glasoberfläche



$0° \leq \varphi \leq 90°$ — $90° < \varphi \leq 180°$

benetzende Flüssigkeit — nicht benetzende Flüssigkeit

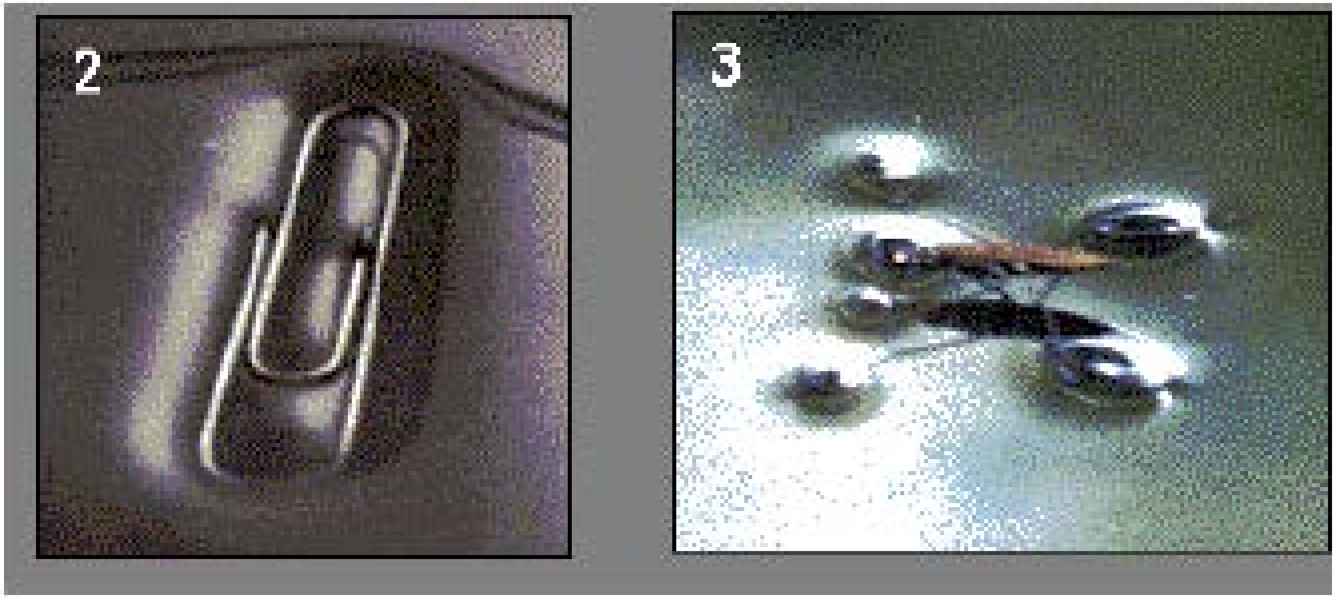


Soap film structure — Planar minimum area surfaces

C27.2: Faden schlinge

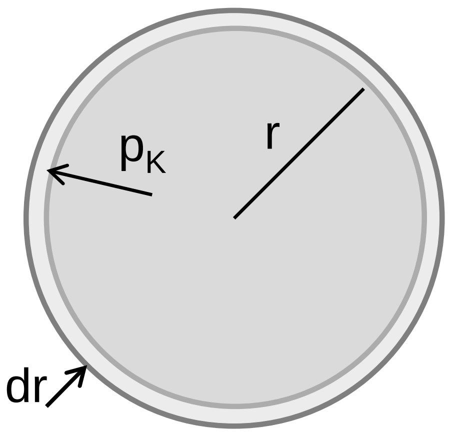
Oberflächenenergie / Oberflächenspannung

Oberflächenspannung verhindert das Einsinken in die Flüssigkeit



Oberflächenenergie / Oberflächenspannung

Kohäsionsdruck p_K in Flüssigkeitstropfen und Seifenblasen:



$$dW = p_K A dr = p_K 4\pi r^2 dr$$

$$dA = 4\pi(r+dr)^2 - 4\pi r^2 = 8\pi r \ dr$$

$$\Delta E_{pot} = dW = \sigma dA = 8\pi\sigma \ r dr$$

$$p_K = \frac{2\sigma}{r}, \text{für Flüssigkeitstropfen}$$

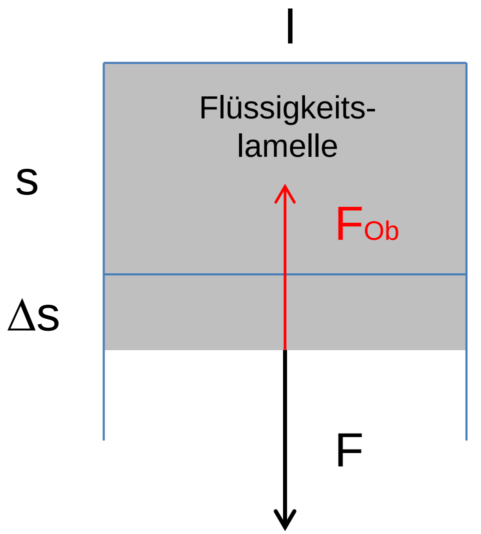
$$p_K = \frac{4\sigma}{r}, \text{für Seifenblasen}$$

Seifenblasen haben 2 Oberflächen, daher der Faktor 2!!

C27.1:
S-Blase
aufblas

Oberflächenenergie / Oberflächenspannung

Flüssigkeitslamelle in einem viereckigem Drahtrahmen:



$$\Delta W = F\Delta s$$
$$\Delta A = 2l\Delta s$$
$$\Delta E_{pot.Ob} = \sigma\Delta A = 2\sigma l\Delta s = \Delta W$$
$$\sigma = \frac{F}{2l} = \frac{F_{Ob}}{2l}$$

Seifenblasen haben 2 Oberflächen, daher der Faktor 2!!

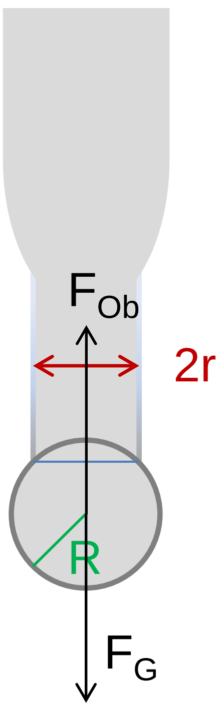
Drahtbügel-(Metallring) Methode zur Messung von σ:

Mit einer empfindlichen Federwaage wird die Kraft $F=F_{Ob}$ gemessen.

$$F = F_{Ob} = \sigma l_{Rand} = 2\sigma 2\pi r \Rightarrow \sigma = \frac{F}{2\pi d}$$

C27.6:
M-Ring
meth.

Oberflächenenergie / Oberflächenspannung



Die Oberfläche des Tropfens ist begrenzt durch die Randlinie der Öffnung der Länge $l_{Rand} = 2\pi r$.

Insgesamt greift am Tropfen eine Oberflächenkraft:
$F_{Ob} = l_{Rand}\sigma = F_G$

Wenn der Tropfen abreißt gilt:

$$2\sigma\pi r = \frac{4\pi}{3}\rho g R^3$$
$$\Rightarrow R^3 = \frac{3}{2}\sigma\frac{r}{\rho g}$$

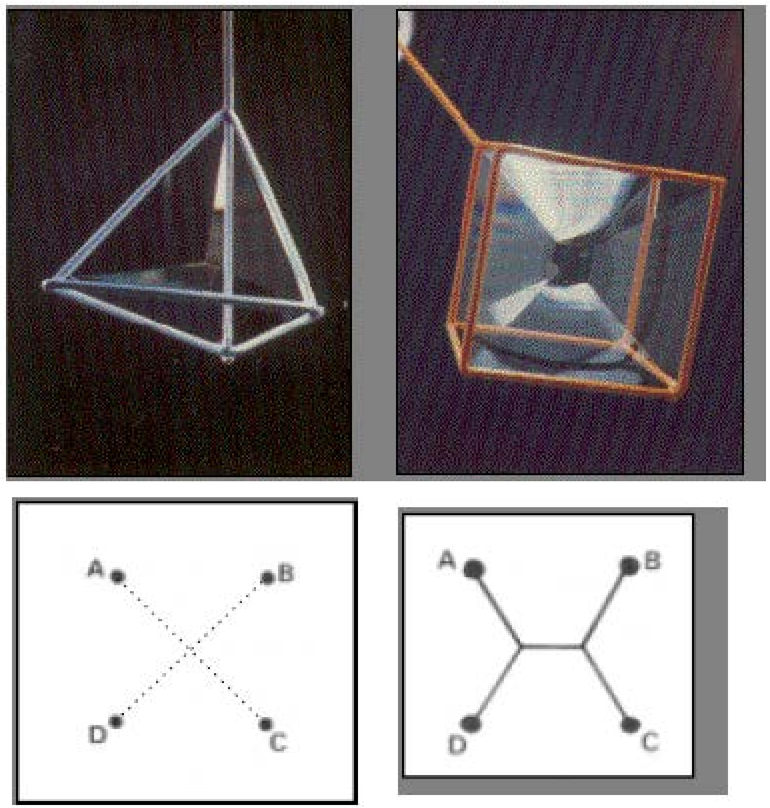
Damit hängt der Radius des abreißenden Tropfens und auch die zeitliche Tropffolge (bei gleichem Fluss) von der Oberflächenspannung σ ab.
So ist z.B. in einer Ätheratmosphäre die Tropffolge der Wassertropfen schneller und der Radius kleiner.

$$\sigma_{H2O-Äther} < \sigma_{H2O-Luft} \approx 0{,}073\ \frac{N}{m}$$

Oberflächenenergie / Oberflächenspannung

Die Oberflächenspannung versucht stets die Oberfläche zu minimieren!

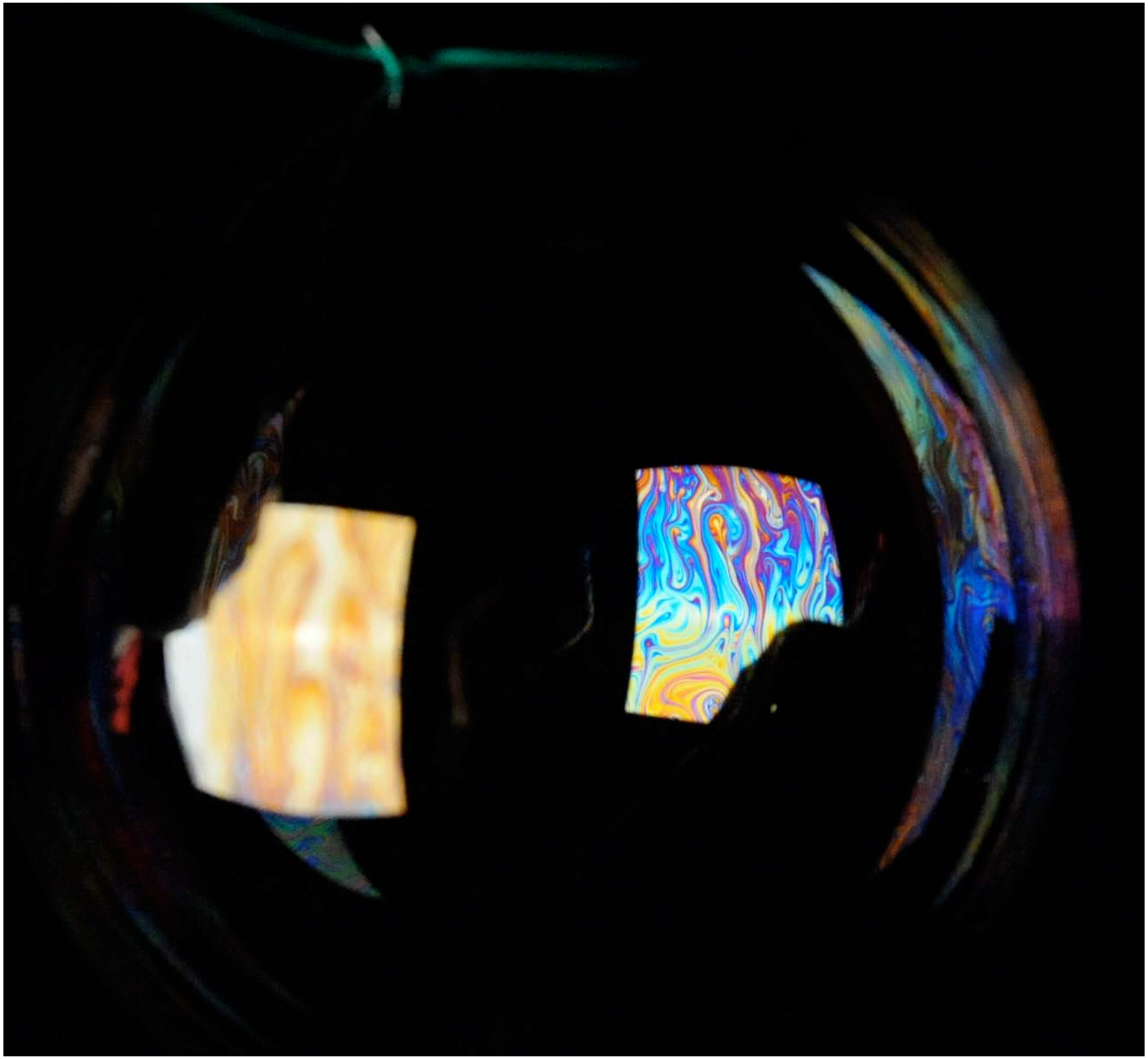
Dadurch können Minimalflächen schnell epxerimentell herausgefunden werden. (Einsatz für den Travelling salesman?)

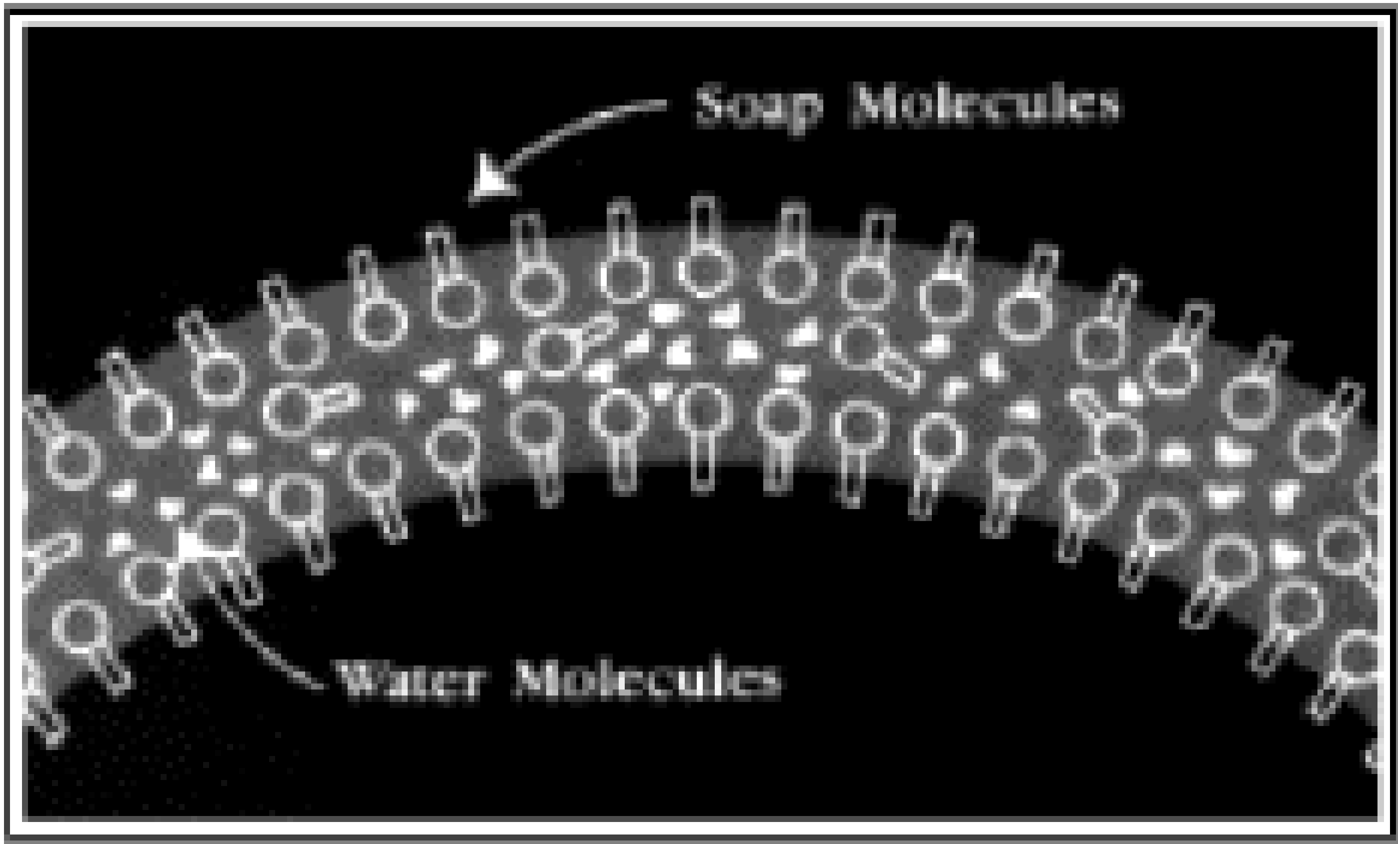


direkte Verbindung ~ 9,05 cm, bei s(AB)=3,2 cm
optimierte Lösung (rechts) ~ 8,7 cm

C27.3: Minimal-flächen

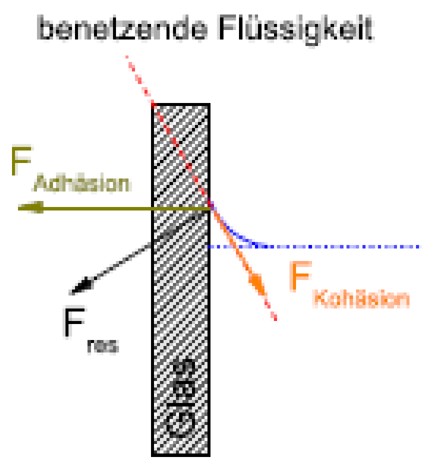
Seifen-blasen

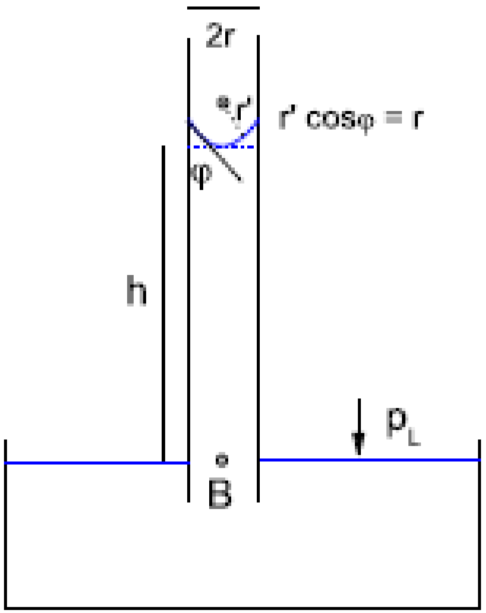


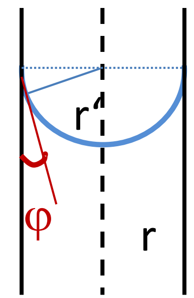


Soap film structure

Oberflächenspannung - Kapillareffekte







p_L: Luftdruck

p_K: Kohäsionsdruck $p_K=(2\sigma\cos\varphi)\ /\ r$

p_S: Schweredruck $p_S = \rho\ g\ h$

σ: Oberflächenspannung

Am Punkt B wirkt der Druck $p(B)=p_L=p_L-p_K+p_S$

Aus der Druckberechnung am Ort B ergibt sich für die kapillare Steighöhe h:

$$h = \frac{2\sigma\cos\varphi}{r\rho g}$$

$$h = \frac{2\sigma}{r\rho g} \quad f\ddot{u}r\ \varphi = 0$$

Oberflächenspannung - Kapillareffekte

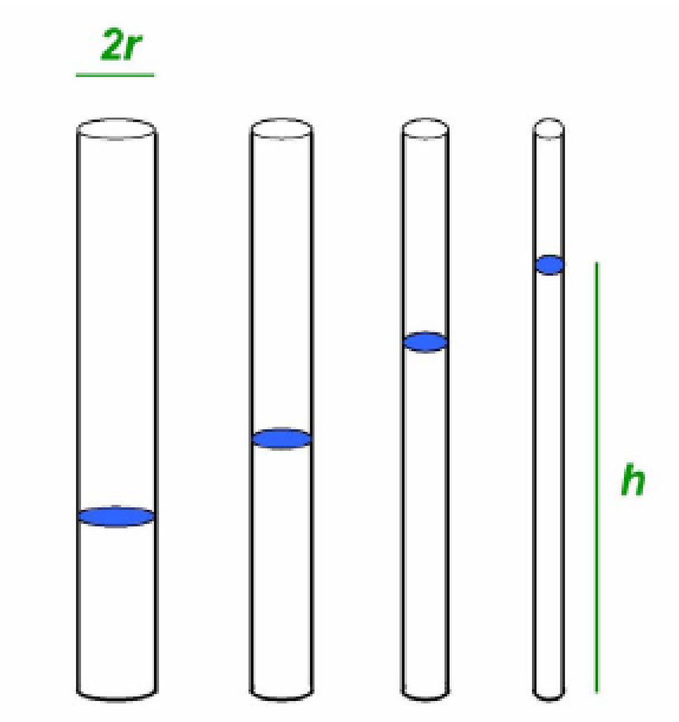
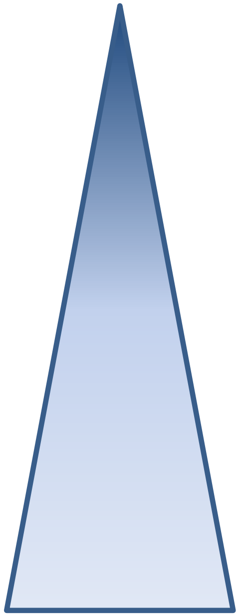


Abbildung 0.27. Die Steighöhe einer Flüssigkeit in einem Kapillarrohr (relativ zur Höhe der Flüssigkeit außerhalb des Rohrs) kann durch eine einfache Überlegung aus der spezifischen Grenzflächenenergie berechnet werden. Die Energieerhöhung ΔE_{pot} durch das Anheben der Flüssigkeit um die Höhe h im Rohr ist gegeben durch $\Delta E_{\text{pot}} = mgh = \rho V gh = \rho g \pi r^2 h^2$. Der Energiegewinn durch die Oberflächenenergie ist $\Delta E_{\text{obf}} = \varepsilon A_{\text{kontakt}} = \varepsilon 2\pi r h$. Aus der Energiebilanz $\Delta E_{\text{pot}} = \Delta E_{\text{obf}}$ erhalten wir: $\rho g r h \; = 2\varepsilon$ oder $h = 2\varepsilon/\rho g r$ oder $h = 2\sigma/\rho g r$. Vgl. Skizze, oben.

Kapillarität und Oberflächenspannung

Die kapillare Steighöhe kann zur Messung der Oberflächen-spannung benutzt werden.

Z.B. kann sie in Pflanzenkapillaren mit
$r=10^{-6}$ m, $\rho=10^3$ kg/m^{3}, und σ = 0,073 N/m
mehrere Meter betragen: h=14,9 m



C19: Kapillare Effekte

Hydrostatik

Schweredruck:

Der Schweredruck wird von dem Gewicht der Flüssigkeit verursacht.

$P(h) = \rho g h$

Stempeldruck:

Der Stempeldruck P_0 wird durch eine Kraft von außen ausgeübt.

Gesamtdruck

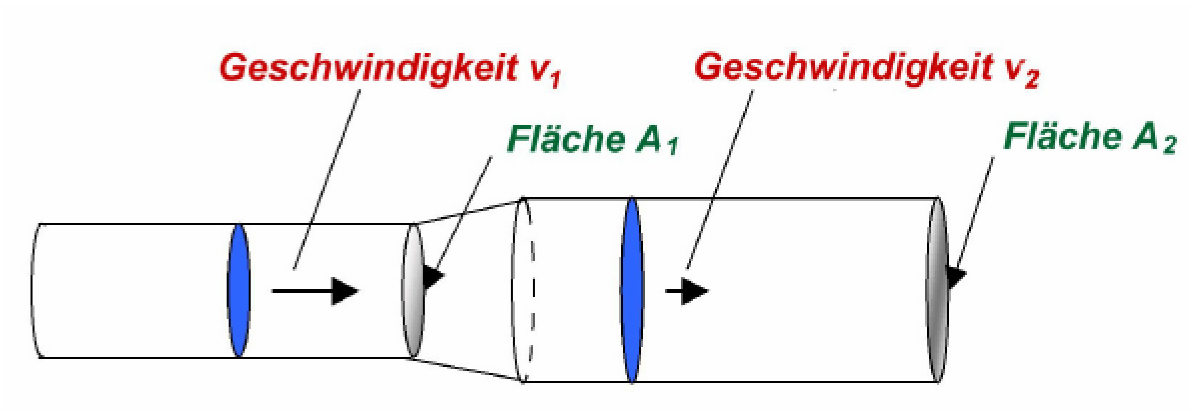
Der Gesamtdruck $P = P_0 + P(h)$

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Volumenstrom $I_V = \Delta V/\Delta t = Av\Delta t\,/\,\Delta t = Av$

Da die Flüssigkeit inkompressibel ist und weder erzeugt noch vernichtet werden kann, gilt an jedem Ort und zu jeder Zeit die *Kontinuitätsbedingung*:

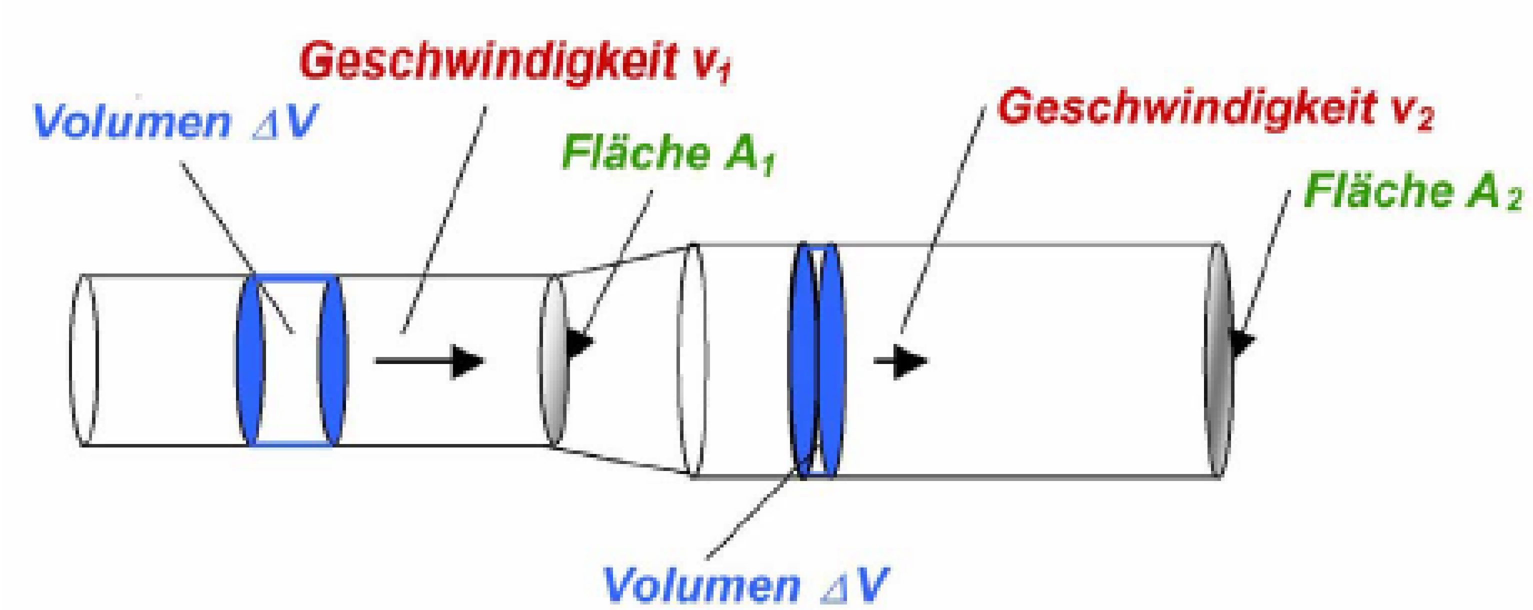
Das Volumen ΔV, das in einer gegebenen Zeit durch eine Querschnittsfläche A im Rohr fließt, muss überall gleich groß sein.



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad oder \qquad \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Der Druck in der Strömung setzt sich zusammen aus dem hydrodynamischen Druck (Stempeldruck, Schweredruck und Staudruck (kin. Energie)).



Die Arbeit ΔW, die geleistet werden muss, um das Volumen ΔV durch das Rohr zu bewegen lautet wie folgt. Hierbei sind Δs_1 und Δs_2 die Strecken um die die Flüssigkeit verschoben werden.

$$\begin{aligned} \Delta W &= F_1 \Delta s_1 - F_2 \Delta s_2 \\ &= P_1 A_1 \Delta s_1 - P_2 A_2 \Delta s_2 \\ &= P_1 \Delta V - P_2 \Delta V = (P_1 - P_2) \Delta V \end{aligned}$$

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

C20: Durchströmtes Rohr

C21.2: Saugwirkung

Die Energiedifferenz, die durch diese Verschiebung entsteht, ist;

$$\Delta E = mg(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

Setzen wir die geleistete Arbeit gleich die resultierende Energiedifferenz (Energieerhaltung!), so erhalten wir:

$$(P_1 - P_2)\Delta V = m\left[g\left(h_2 - h_1\right)\right] + \frac{m}{2}\left[\left(v_2^2 - v_1^2\right)\right]$$

oder, mit $m = \rho\Delta V$ (ρ = Massendichte), nach Umordnung:

$$\left[P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho}{2}v_1^2\right]\Delta V = \left[P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2\right]\Delta V\ .$$

Dies heißt, die Größe $\left[P + \rho g h + \frac{\rho}{2}v^2\right]$ ist überall konstant (wir können die willkürlich gewählten Stellen 1 und 2 weglassen):

$$\left[P + \rho g h + \frac{\rho}{2}v^2\right] = konst.$$

Diese Gleichung nennt man den Satz von BERNOULLI. Er drückt die Energieerhaltung bei der Strömung aus, und gilt streng nur für die stationäre, ideale Strömung. Er besagt:

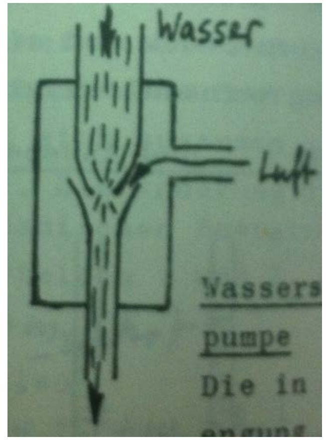
> Der Druck einer strömenden Flüssigkeit nimmt ab, wenn sie schneller und/oder aufwärts strömt und umgekehrt.

Die drei Terme in der BERNOULLI-Gleichung sind Stempeldruck, Schweredruck sowie der Druck, der durch die Strömung selbst zustandekommt ($\rho/2v^2$); dieser wird *Staudruck* genannt. Eine andere Formulierung des BERNOULLI-Satzes wäre daher:

> Die Summe von Stempeldruck, Schweredruck, und Staudruck in einer idealen, stationär strömenden Flüssigkeit ist konstant.

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Wasserstrahlpumpe



Sing. Rohr & Konfetti

Dosen / Blätter und Luft

C40.1: Trichter

$$\left[P + \rho g h + \frac{\rho}{2} v^2\right] = konst.$$

Diese Gleichung nennt man den Satz von BERNOULLI. Er drückt die Energieerhaltung bei der Strömung aus, und gilt streng nur für die stationäre, ideale Strömung. Er besagt:

> Der Druck einer strömenden Flüssigkeit nimmt ab, wenn sie schneller und/oder aufwärts strömt und umgekehrt.

Die drei Terme in der BERNOULLI-Gleichung sind Stempeldruck, Schweredruck sowie der Druck, der durch die Strömung selbst zustandekommt ($\rho/2v^2$); dieser wird *Staudruck* genannt. Eine andere Formulierung des BERNOULLI-Satzes wäre daher:

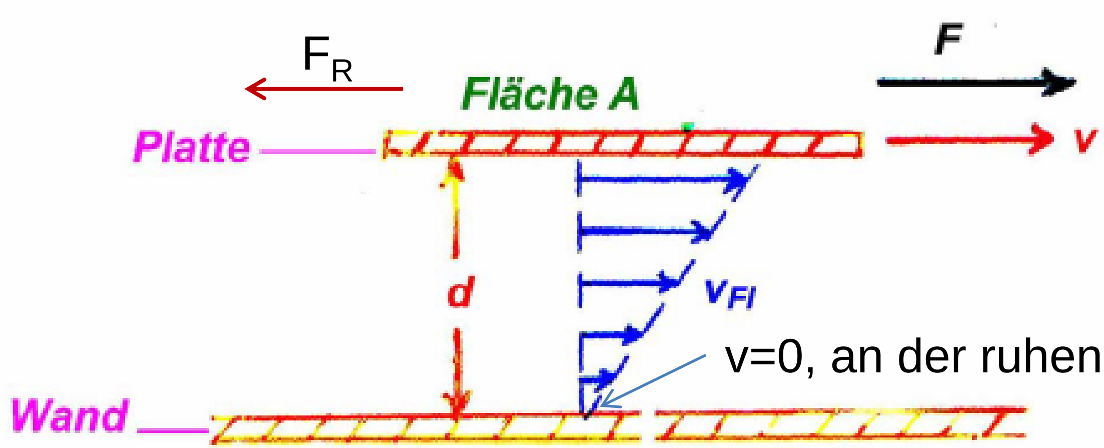
> Die Summe von Stempeldruck, Schweredruck, und Staudruck in einer idealen, stationär strömenden Flüssigkeit ist konstant.

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Die reale Strömung

Reale Flüssigkeiten haben eine Zähigkeit oder Viskosität; sie lassen sich nicht beliebig leicht verformen und leisten deshalb einen Widerstand gegen die Strömung. Dies nennt man auch »innere Reibung«. Der einfachste Fall ist die Bewegung einer Platte der Fläche A parallel zu einer Gefäßwand in einer Flüssigkeit, mit Abstand d zur Wand und konstanter Geschwindigkeit v.

Dünne Platte auf flüssiger Oberfläche (2-D)



$$F_R = \eta A \left|\frac{dv}{dy}\right|$$

$\frac{dv}{dy}$ ist das Geschwindigkeitsgefälle senkrecht zur Strömung

η ist der Viskositätskoeffizient oder Koeffizient der inneren Reibung

Schubkräfte durch innere Reibung treten in Bereichen der Grenzschichten auf, in denen ein Geschwindigkeitsgefälle existiert.

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Laminare Strömung:

Eine Strömung in einer Grenzschicht heißt laminare Strömung, wenn sich die einzelnen Flüssigkeitsschichten wie Blätter (lamina = das Blatt) aneinander vorbeigleiten ohne sich zu mischen.

Laminare Strömungen sind reversibel.

Sobald Vermischungen und Wirbel auftreten,
spricht man von turbulenter Strömung.

C24.1: Reversibilität L.S.

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Laminare Strömung im Rohr mit Radius R und Druckdifferenz Δp;
Wir betrachten einen inneren Flüssigkeitsradius r:

$$A = \pi r^2$$

Fläche des inneren Flüssigkeitszylinders

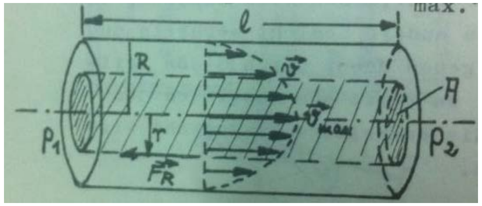
$$F = \Delta p A = \Delta p \pi r^2$$

Durch das Druckgefälle wirkt die Kraft F in Richtung Δp

$$F_R = \eta A' \left|\frac{dv}{dr}\right|$$

$$A' = 2\pi r l$$

Reibungskraft an der Mantelfläche A‘ des Zylinders
l : Länge des Zylinders



$$F_R = \eta 2\pi r l \left|\frac{dv}{dr}\right|$$

$$\Delta p \pi r^2 - \eta 2\pi r l \left|\frac{dv}{dr}\right| = 0$$

Im stationären Gleichgewicht verschwindet die Summe der angreifenden Kräfte.

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{\Delta p}{\eta 2 l} r$$

Das Geschwindigkeitsgefälle wächst also linear von der Rohrmitte nach außen.

$$v = -\frac{\Delta p}{\eta 2 l} r^2 + c$$

Ergibt sich durch Integration mit Konstante c

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4\eta l}(R^2 - r^2)$$

Randbedingung für r=R muss v=0 sein.

Parabolische Geschwindigkeitsverteilung!

C25:
Ström.
Zähe Fl.

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Laminare Strömung durch einen Kreisring mit Radius r und der Dicke dr im Rohrquerschnitt fließt in der Zeit Δt das Volumen ΔV:

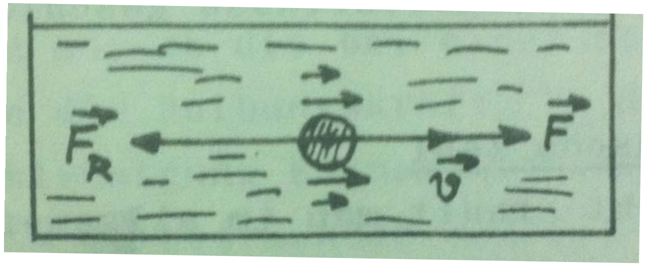
$$\Delta V = 2\pi dr v(r)\Delta t$$

$$\Delta V = 2\pi\Delta t\int_0^R rv(r)\,dr$$

$$\Delta V = \frac{2\pi\Delta t\Delta p}{4l\eta}\int_0^R r(R^2-r^2)\,dr = \frac{\pi R^4\Delta p\Delta t}{8\eta l}$$

Gesetz von Hagen-Poiseuille.

Reibung: Bei laminarer Strömung erfährt eine Kugel in einer Flüssigkeit Reibung F_R:



Die Reibungskraft und die Druckkraft F_D sind im Gleichgewicht.

$$F_R = F_D = \pi R^2\Delta p$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi R^2\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta t\pi R^2\bar{v}}{\Delta t} F_D = \pi R^2\bar{v} = \frac{\pi R^4\Delta p}{8\eta l}$$

$$\Rightarrow F_R = 8\eta l\pi\bar{v}$$

$$\Rightarrow F_R = 6\eta l\pi\bar{v}, f\ddot{u}r\ Kugel$$

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Wenn der Abstand zwischen bewegtem und ruhendem Körper kleiner als die Grenzschichtdicke ist, stellt sich ein lineares Geschwindigkeitsgefälle ein:

$$F = \eta \, A \, \frac{v}{d} \, ,$$

wobei η eine Materialkonstante der (realen) Flüssigkeit, ihre *Viskosität*, angibt. Die innere Reibung setzt Bewegungsenergie in Wärme um. Die Viskosität von Flüssigkeiten nimmt i. a. mit steigender Temperatur ab (bei Gasen umgekehrt!).

In einem runden Rohr (Radius r, Länge l) ist das Geschwindigkeitsprofil parabelförmig (höchste Geschwindigkeit in der Mitte). Für die Volumenstromstärke gilt das Hagen-Poiseuille'sche Gesetz:

$$I_{\mathrm{V}} = \left(\frac{\pi}{8}\right) \left(\frac{r^4}{l}\right) \frac{(P_2 - P_1)}{\eta}$$

wobei die Material- und geometrischen Größen zum Strömungswiderstand R_{S} zusammengefaßt werden können:

$$I_{\mathrm{V}} = \frac{\Delta P}{R_{\mathrm{S}}} \qquad \text{mit} \qquad R_{\mathrm{S}} = \left(\frac{8}{\pi}\right) \left(\frac{l}{r^4}\right) \eta \, .$$

Die erste Gleichung definiert den allgemeinen Strömungswiderstand R_{S} ("Ohm'sches Gesetz" für die Strömng). Eine weitere Anwendung der Viskosität ist das Stokes'sche Gesetz für die Bewegung eines kugelförmigen Körpers (Radius r) innerhalb einer ruhenden Flüssigkeit:

$$F_{\mathrm{S}} = -6 \, \pi \, \eta \, r \, v \, .$$

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Zusammenfassung, Strömung

Wichtig für die Strömungslehre sind einige Grundbegriffe:

$$\text{Volumenstromstärke} \qquad I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} \text{ bzw.} \frac{dV}{dt}, \qquad \text{wobei} \qquad I_V = A\,v\,.$$

($A \;\hat{=}\;$ Querschnittsfläche der Strömung, $v \;\hat{=}\;$ Strömungsgeschwindigkeit).

Kontinuitätsgleichung: bei der stationären Strömung ist I_V überall gleich, d. h. $Av =$ konst. Vergrößerung der Querschnittsfläche erniedrigt die Geschwindigkeit und umgekehrt.

Bernoulli-Gleichung (Energieerhaltung)

$$P + \rho g h + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{konst.}$$

Das gilt für eine ideale Strömung; bei realer Strömung ist die Summe von Stempel-, Schwere-und Staudruck zeitabhängig und gegeben durch einen »Reibungsdruck« $P_R(t)$.

Reale Strömung einer Flüssigkeit der Viskosität η in einem runden Rohr (Hagen-Poiseuille'sches Gesetz):

$$I_V = \left(\frac{\pi}{8}\right)\left(\frac{r^4}{l}\right)\frac{(P_2 - P_1)}{\eta}$$

oder allgemein: $I_V = \Delta P / R_S$ mit $R_S \;\hat{=}\;$ Strömungswiderstand.

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Einige Zahlenwerte zum Blutkreislauf

- Eigenschaften des Bluts: $\rho \approx 1{,}06\ \mathrm{g/cm^3}$, $\eta \approx 2{,}1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Pa \cdot s}$
- Drücke
  - systolischer Druck $\approx 16{,}0$ kPa (Aorta, Herzklappe offen)
  - diastolischer Druck $\approx 10{,}7$ kPa (Aorta, Herzklappe zu)
  - rechter Kammerdruck $\approx 2{,}7$ kPa (Lungenarterie)
- Umsatz Δ V $\approx 70\ \mathrm{cm^3}$/Herzschlag, $I_V \approx 70\ \mathrm{cm^3/s}$ (Pulsrate ≈ 1 Hz), d. h. $I_V \approx 7 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^3/s}$ oder ca. 4,2 l/min.
- (Volumen)arbeit des Herzens $\Delta V\, P \approx 1{,}3$ J/Schlag, Leistung $P_H \approx 1{,}3$ W
- Tagesarbeit ≈ 130 kJ, entspricht etwa 1,5 % des metabolischen Grundumsatzes (ca. 8 000 kJ pro Tag).

Strömungswiderstand und -geschwindigkeit für den gesamten Kreislauf: aus $\Delta P \approx 13{,}0$ kPa, $I_V \approx 7 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^3/s}$ sowie $R_S = \Delta P / I_V$ ergibt sich:

$$R_S \approx 1{,}9 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{Pa \cdot s}}{\mathrm{m^3}}.$$

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

In der Aorta: $R_\mathrm{S} = 8\,l\,\eta/\pi r^4$ (Hagen-Poiseuille) $\approx 3{,}7 \cdot 10^4 \mathrm{Pa} \cdot \mathrm{s/m^3}$; damit ist

$$\Delta P_\mathrm{Aorta} = I_\mathrm{V} \cdot R_\mathrm{S} \approx 2{,}6 \text{ Pa (sehr klein!)}$$

und

$$v = \frac{I_\mathrm{V}}{A} \approx 0{,}13\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Aorta, mit $r = 1{,}3$ cm, $l = 0{,}2$ m).

Blutdruckmessung

Aufgrund des geringen Druckabfalls in der Aorta und anderen großen Arterien ist es zulässig, den Blutdruck in der Armarterie zu messen. Der Manschettendruck (gemessen z.B. mit einem Flüssigkeitsmanometer) wird erhöht, bis keine Strömungsgeräusche in der Armbeuge zu hören sind (Manschettendruck gleich systolischer Druck, Arterie zusammengepreßt). Langsames Senken des Manschettendrucks führt zu hörbaren Stoßgeräuschen (Herzschläge), die beim Erreichen des diastolischen Drucks in kontinuierliche Geräusche übergehen. Typische Werte: 16,0/10,7 kPa (entspricht 120/80 mm Hg – alte Einheit!)

Schweredruck im Blutkreislauf: aus der Dichte ρ sowie den Höhendifferenzen (typ. Herz-Fuß $\approx 1{,}3$ m, Herz-Kopf $\approx 0{,}4$ m) erhalten wir für den Schweredruck $\rho g h$ beim stehenden Menschen:

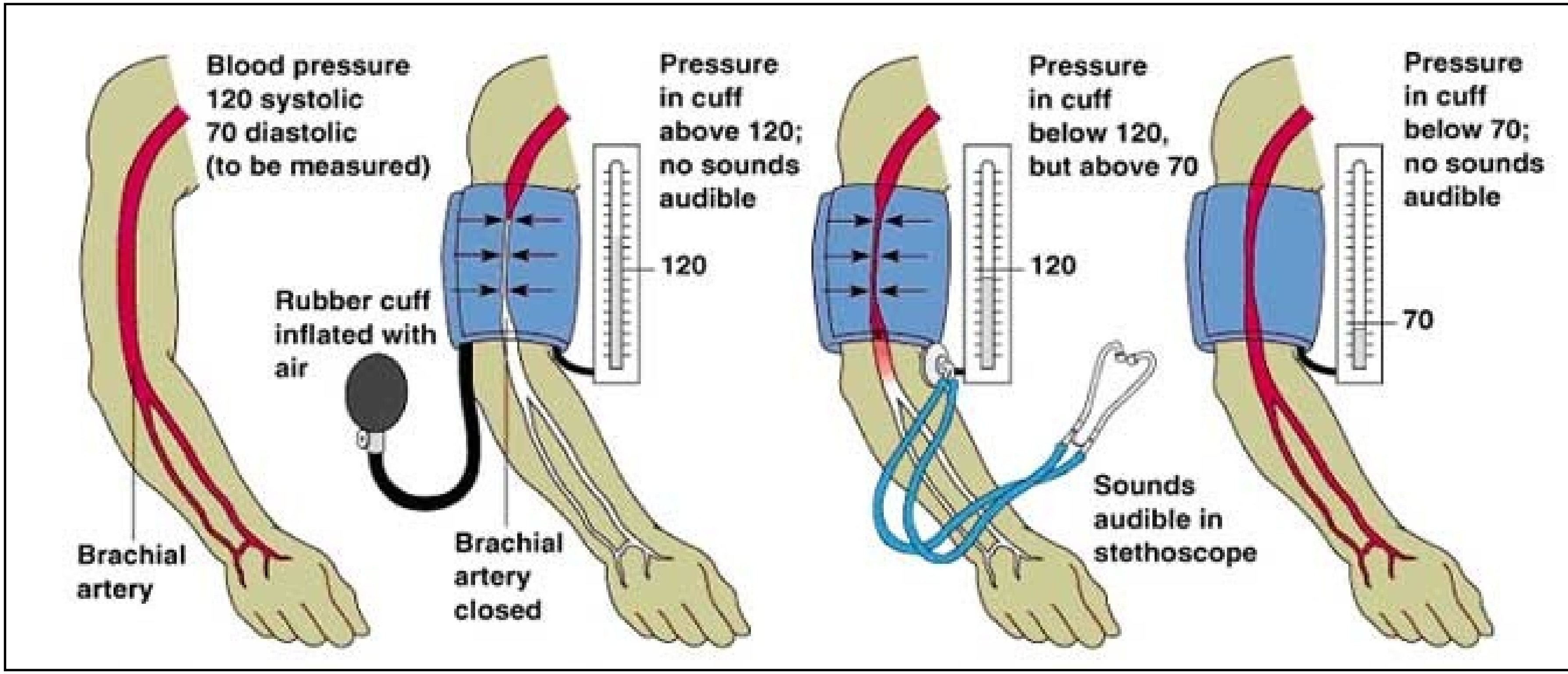
$$\begin{aligned} \Delta P \text{ Herz} - \text{Fuss} &\approx 13{,}5 \text{ kPa} \\ \Delta P \text{ Herz} - \text{Kopf} &\approx 4{,}2 \text{ kPa} \end{aligned}$$

d. h. der Gesamtdruck ist etwa

$$\begin{aligned} 13{,}0 + 13{,}5 &= 26{,}5 \text{ kPa} \quad \text{in den Füßen, und} \\ 13{,}0 - 4{,}2 &= 8{,}8 \text{ kPa} \quad \text{im Gehirn}. \end{aligned}$$

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

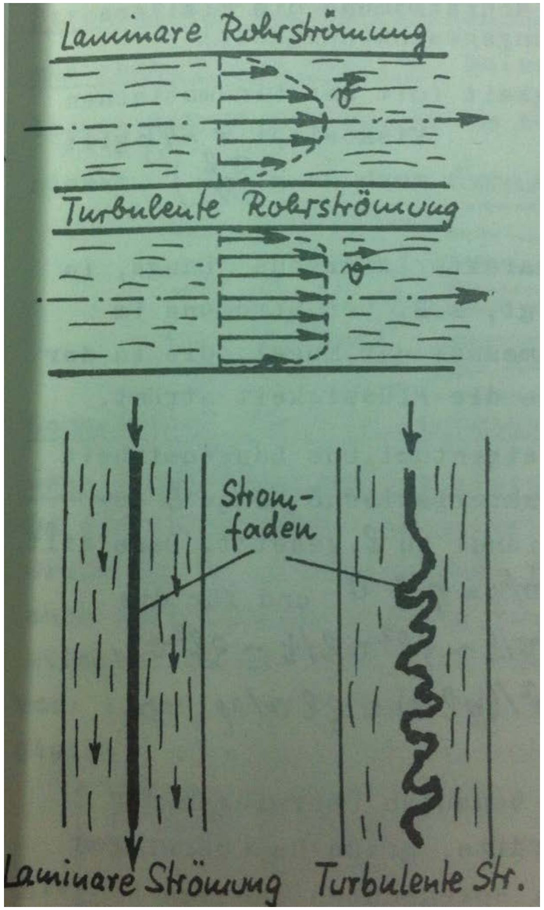
Messen des Blutdruckes:



Systolischer: Maximaler Blutdruckwert (Herzkammerdruck, Aorta)
Blut wird aus dem Herzen gepumpt
Diastolischer Blutdruck (griechisch: Diastole = Ausdehnung)
Niedrigster Blutdruck, der durch die Blutgefäße verursacht wird,
Herz füllt sich wieder mit Blut

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Laminare und turbulente Strömung:



Die parabolische Geschwindigkeitsvereilung bei laminarer Strömung wird nahezu rechteckig bei turbulenter Strömung. Am Rand fällt v schnell auf den Wert Null ab.

In diesem Gebiet hohen Geschwindigkeits-gefälles treten große Reibungskräfte auf, die zur Bildung von Wirbeln führen.

Beispiel turbulenter Strömung:
aufsteigender Zigarettenrauch

C24: Strömungsfäden

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Laminare und turbulente Strömung:

Ob eine Reibungsströmung laminar oder turbulent ist, hängt davon ab, ob die auftretenden Beschleunigungen durch die Reibungskräfte F_R ausgeglichen werden können.

Statt der Beschleunigungen kann auch die Trägheitskraft betrachtet werden (d'Alembert'sches Prinzip).

Ist der Einfluss der Reibungskräfte F_R stärker als der der Trägheitskräfte F*, so stellt sich eine **laminare Strömung** ein ($F_R > F^*$).

Ist der Einfluss der Trägheitskräfte F* stärker als der der Reibungskräfte F_R, so stellt sich eine **turbulente Strömung** ein ($F_R < F^*$).

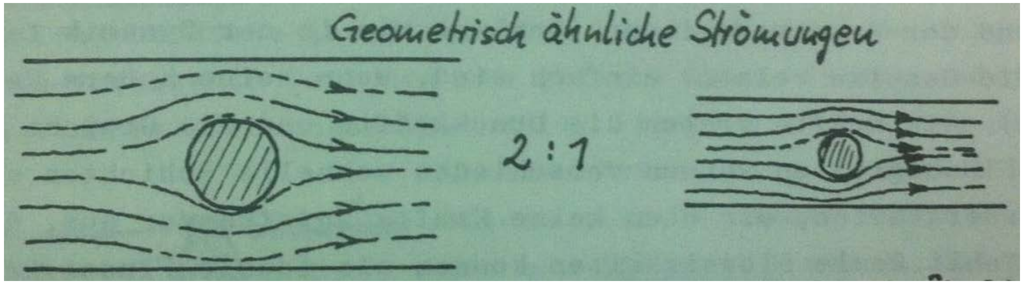
Das Verhältnis der beiden Kräfte ist die Reynodsche Zahl Re.

$$Re = \frac{F^*}{F_R} = \frac{\rho v l}{\eta}$$

, l beschreibt die Länge des Körpers um den die Strömung erfolgt (z.B Durchmesser der Kugel)

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Laminare Strömung – Ähnlichkeitsgesetz:



C23.1: Strom-linien

Strömungen, die in geometrisch ähnlichen Bedingungen ablaufen, nennt man geometrisch ähnlich. Geometrisch ähnliche Strömungen nennt man physikalisch ähnlich, wenn die Strömungen von gleicher Art sind (laminar oder turbulent).

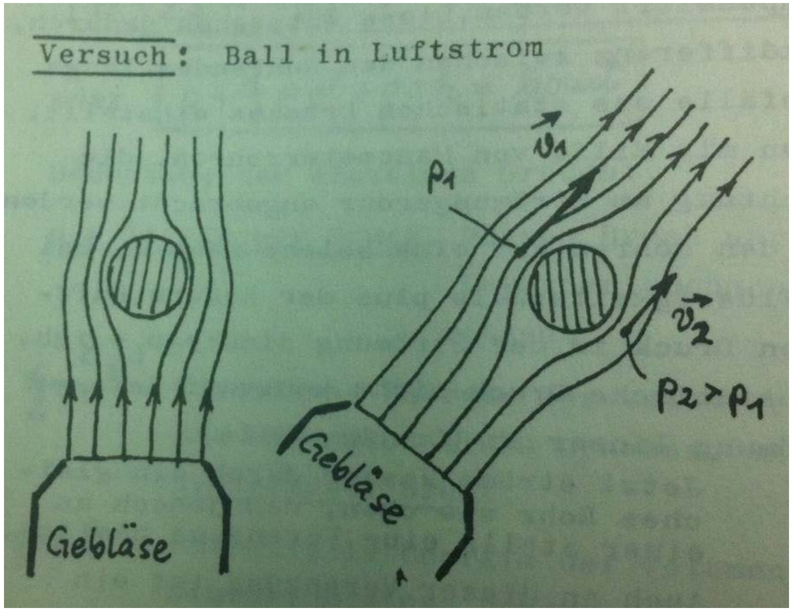
Für physikalisch ähnliche Strömungen gilt das Ähnlichkeitsgesetz von Reynolds:

$$\frac{l_1 v_1 \rho_1}{\eta_1} = \frac{l_2 v_2 \rho_2}{\eta_2}$$

Wichtig für z.B. Windkanäle!!

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Druckverteilung im Luftstrom:



Über dem Ball ist die Stromfädendichte größer, also $v_1 > v_2$ und $p_1 < p_2$. Die Druckdifferenz Δp kompensiert das Gewicht.

C38.1: Ball im L-Strom

C37: Pfeile im L-Strom

C39: Bälle im L-Strom

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

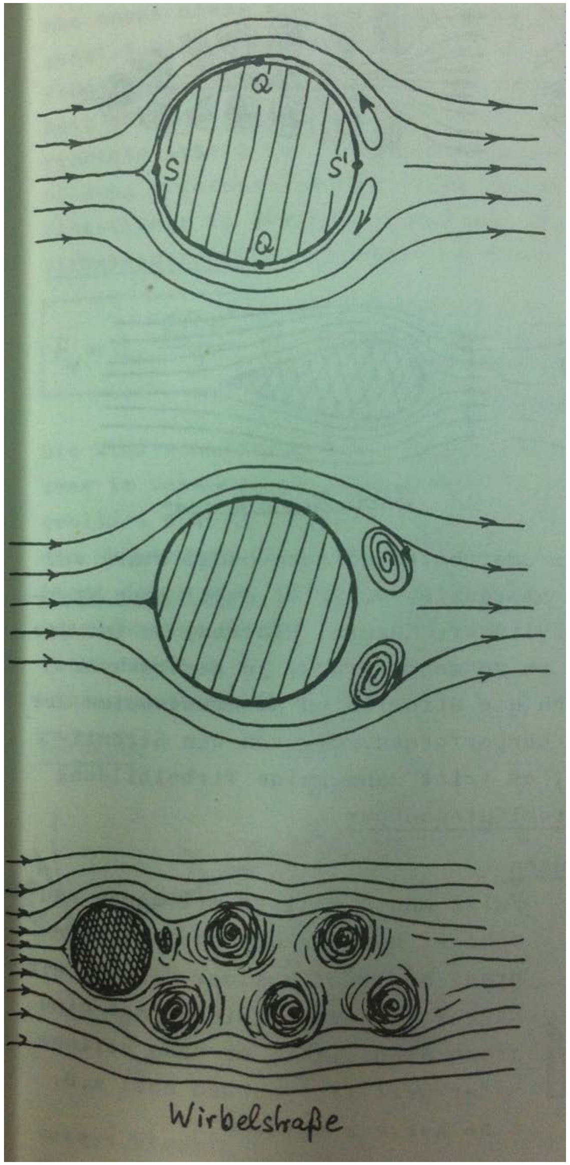
Stromlinien – laminar -> turbulent:

Im Staupunkt S kommt die Flüssigkeit zur Ruhe.
Das Druckgefälle zwischen S und Q treibt die Flüssigkeit an der Oberfläche entlang.

Von Q nach S‘ herrscht Druckanstieg.
Gegen diesen Druckanstieg kann die Flüssigkeit an der Rückseite nicht mehr anlaufen, da die Reibungskräfte die kinetische Energie der Flüssigkeit zu stark gemindert haben.
Die Flüssigkeit kommt zum Stillstand und wird durch das Druckgefälle zurückgetrieben.
Ein Wirbel bildet sich aus. Ab einer gewissen Größe löst sich der Wirbel ab.

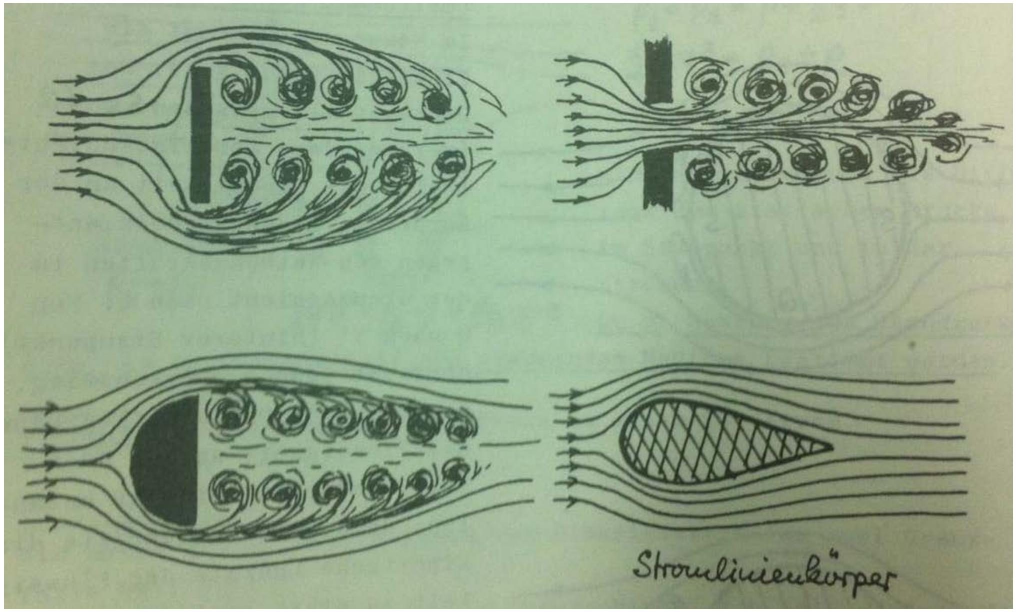
Es bildet sich eine Wirbelstraße.

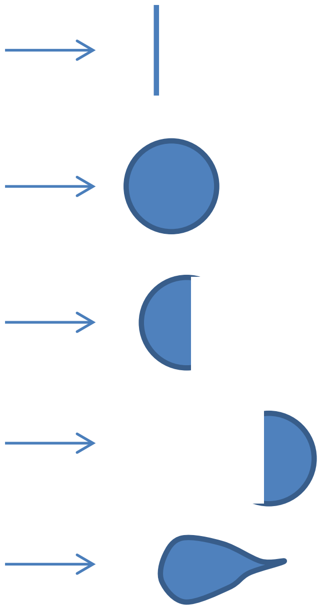
Ein Wirbel trägt kinetische Energie mit sich.



Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Stromlinien – Wirbel und Wirbelwiderstand:





c_W:

20

8

6

24

1

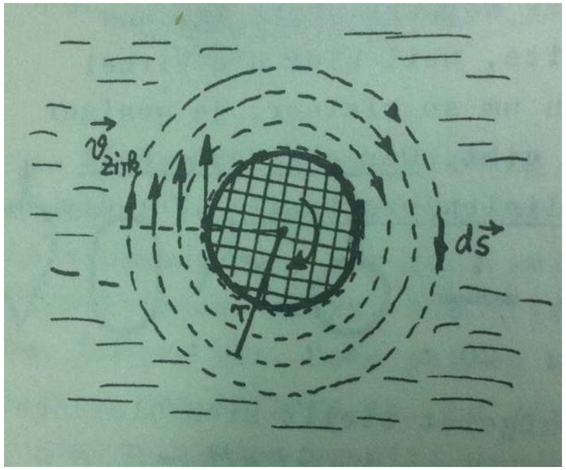
Durch die Wirbelbildung kommt es zu einer Asymmetrie der Druckverteilung vor und hinter dem Körper. Die entstehende Kraft F_W versucht die Relativbewegung zu hemmen. Man nennt diese Kraft Wirbel- oder Druckwiderstand F_W. Die Proportionalitätskonstante c_W heißt Widerstandszahl oder CW-Wert.

$$F_W = c_W \frac{\rho A v^2}{2}$$

C42: Wirbel-ringe

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

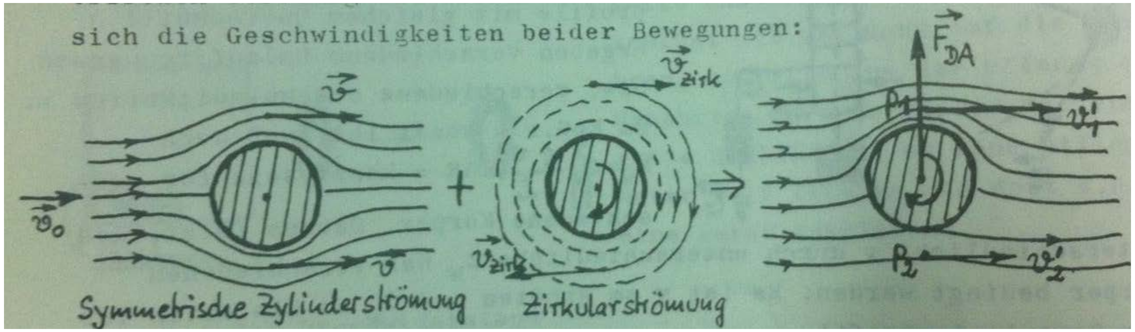
Dynamischer Auftrieb – Zirkulationsströmung:



Zirkulationsströmung entsteht durch die Reibung an der Oberfläche des rotierenden Zylinders. Die Zirkulation ist das Linienintegral auf einer geschlossenen Kurve um die Achse der Zirkulationsströmung. Meist nimmt die Zirkulationsgeschwindigkeit v_{zirk} mit dem Abstand r von der Achse ab, wie $v_{zrik} = a/r$.

$$\Gamma = \oint (\overrightarrow{v_{zirk}}, d\vec{s}) = v_{zirk}(r) \oint ds = \frac{a}{r} 2\pi r$$

Beispiel: Wirbel beim Entleeren einer Badewanne



Magnuseffekt

$$F_{DA} = \rho v_0 \Gamma l$$

v0 ist Strömungs-geschwindigkeit

Angeschnittener Ball

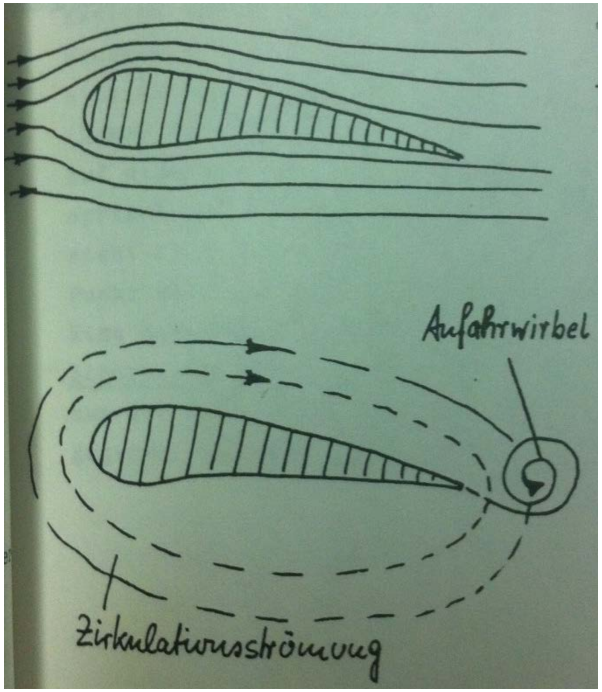
http://www.youtube.com/watch?v=MM3O2EaoyD0

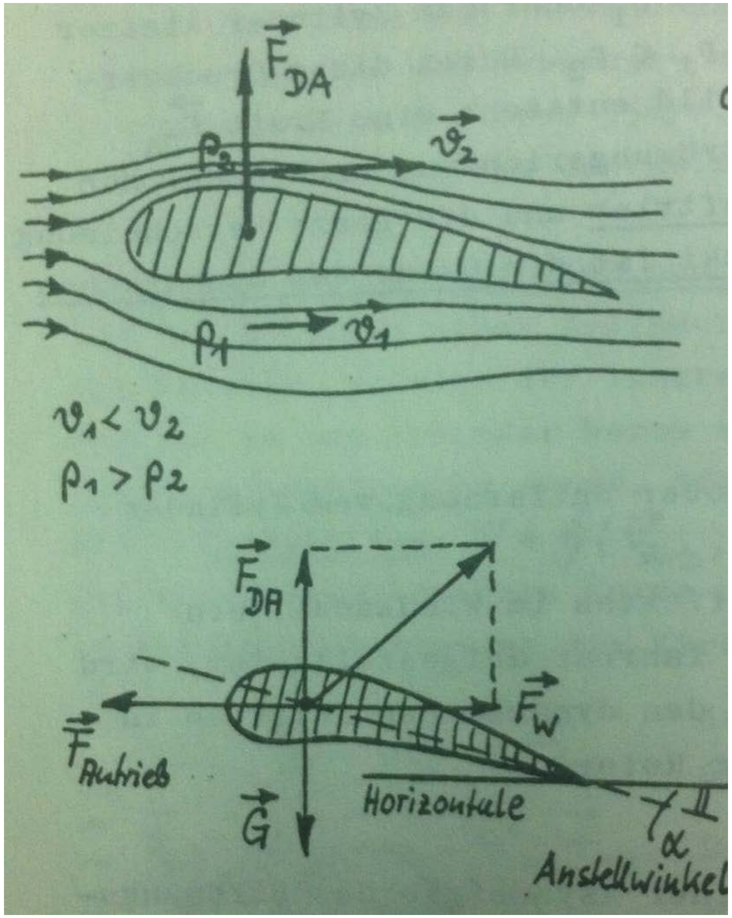
C29: Magnus-effekt

C29.1: Papier-rolle

Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Dynamischer Auftrieb bei Flugzeugen:





Ausbildung eines Anfahrwirbels der abreißt. Aufgrund von Drehimpulserhaltung bleibt eine Zirkulationsströmung über -> Magnuseffekt
Oben geringerer Druck -> Druckunterschied
Dynamischer Auftrieb mit Auftriebszahl c_A. Insgesamt ergibt sich die Luftkraft FL, die vom Anstellwinkel α abhängt, da cA und cW von α abhängen.

$$F_W = c_W \frac{\rho v_0}{2} A_{Tr} \qquad F_{DA} = c_A \frac{\rho v_0}{2} A_{Tr} \qquad \overrightarrow{F_L} = \overrightarrow{F_{DA}} + \overrightarrow{F_W}$$

C38.2: Flügel im L-Strom

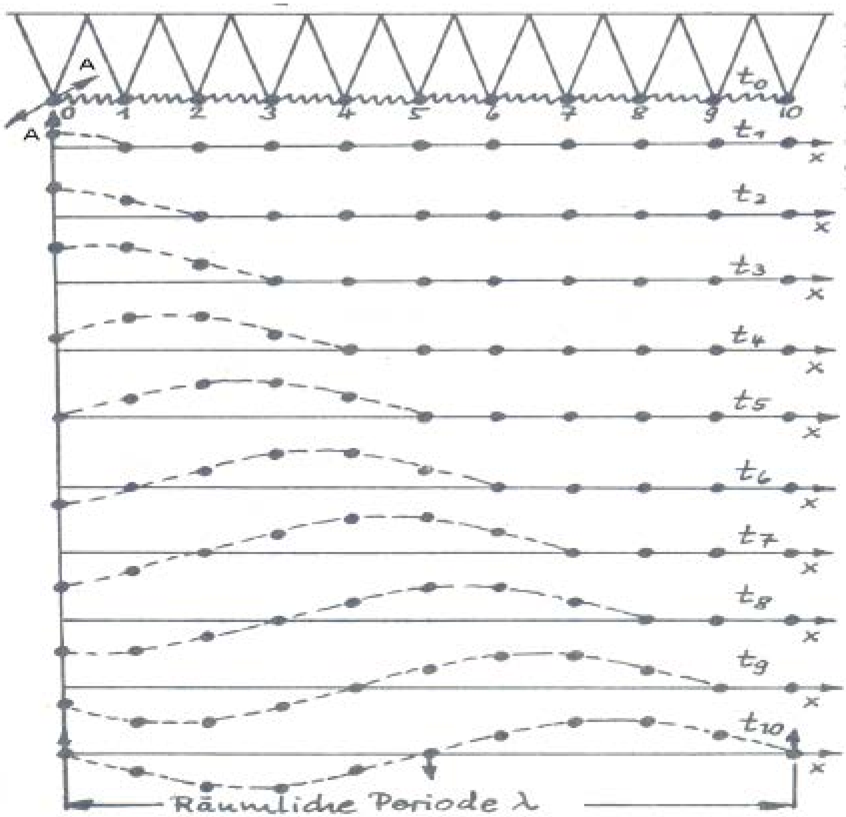
Hydrodynamik – bewegte Flüssigkeiten

Einflussbereich auf das Medium ist groß:

Wellen – gekoppelte Pendel

C14: Gekopp. Pendel

Mechanische Wellen entstehen, wenn Oszillatoren an unterschiedlichen räumlichen Orten gekoppelt werden:



Initial wird ein Oszillator angeregt. Diese Schwingungsamplitude wird über die Kopplung auf gekoppelte (benachbarte) Oszillatoren übertragen. Dadurch entsteht eine räumliche Weiterleitung der Oszillation eine **Welle**.

Die Welle zeigt oszillatorische Eigenschaften im Raum. Man definiert die **Wellenlänge λ** als den räumlichen Abstand (räumliche Periode) in dem sich die räumliche Oszillation wiederholt.

Die Zeit in der derselbe Wellenteil (z.B. das Maximum) wieder dieselbe Stelle durchläuft heisst **Periodendauer T**. Die **Frequenz** ist ν.

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Die Welle breitet sich im Raum aus. Die Geschwindigkeit, mit der sich z.B. das Maximum der Welle fortpflanzt wird **Phasengeschwindigkeit c** genannt. Es gilt:

$$c = \lambda\nu$$

Wellen

B7: Wellen-modell

Wellen führen Oszillationen im Ort als auch in der Zeit aus.
Für eine Welle mit Amplitude ξ_0 gilt damit:

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right))$$

Mit der Wellenzahl $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ ergibt sich durch einsetzen:

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$$ Welle in x-Richtung, Lösung der DGL

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}$$ Differentialgleichung der Wellenbewegung

Eine Welle transportiert Energie aber keine Materie.

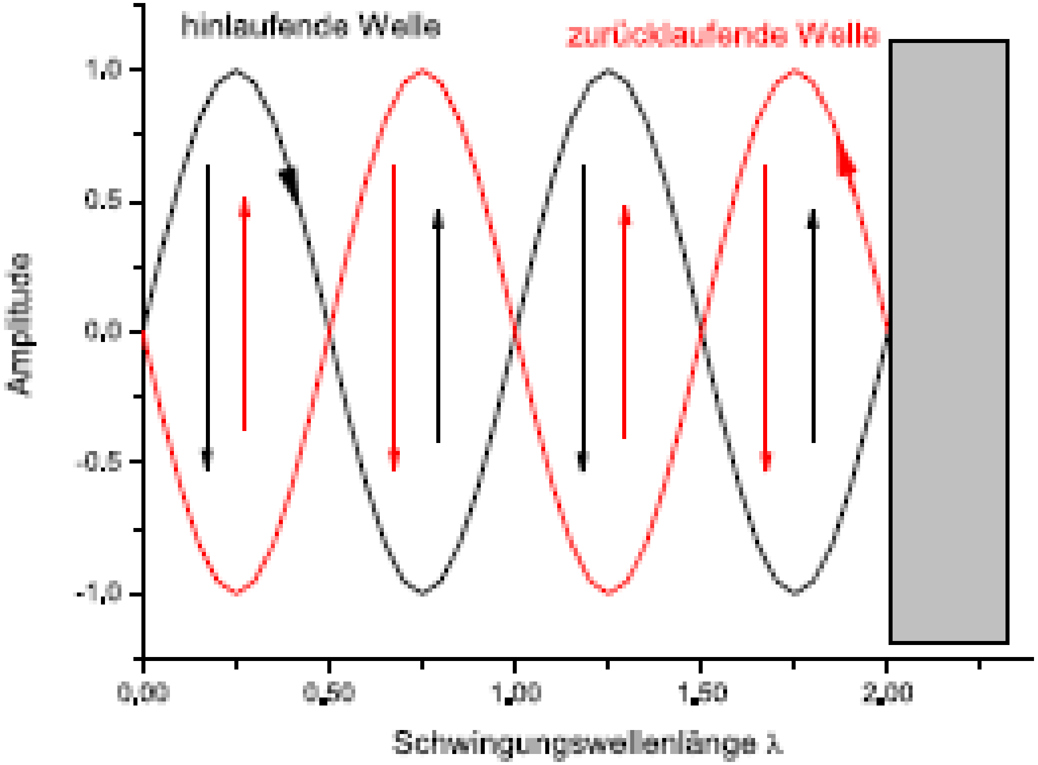
Man unterscheidet verschiedene Wellentypen, je nach Auslenkungsrichtung der Amplitude:
Transversalwellen: Amplitude wird senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ausgelenkt
Longitudinalwellen: Amplitude entlang der Ausbreitungsrichtung
Oberflächenwellen: Amplitude in Kreisen senkrecht zur Oberfläche
Die Intensität (Energiestromdichte) einer Welle

$$I = c\rho\xi^2\omega^2 cos^2(\omega t - kx) \Rightarrow \bar{I} = {}^1/_2\ c\rho\xi^2\omega^2$$

Seil

Wellen

Wellen überlagern sich ohne sich gegenseitig zu verändern.
Das ist das Superpositionsprinzip



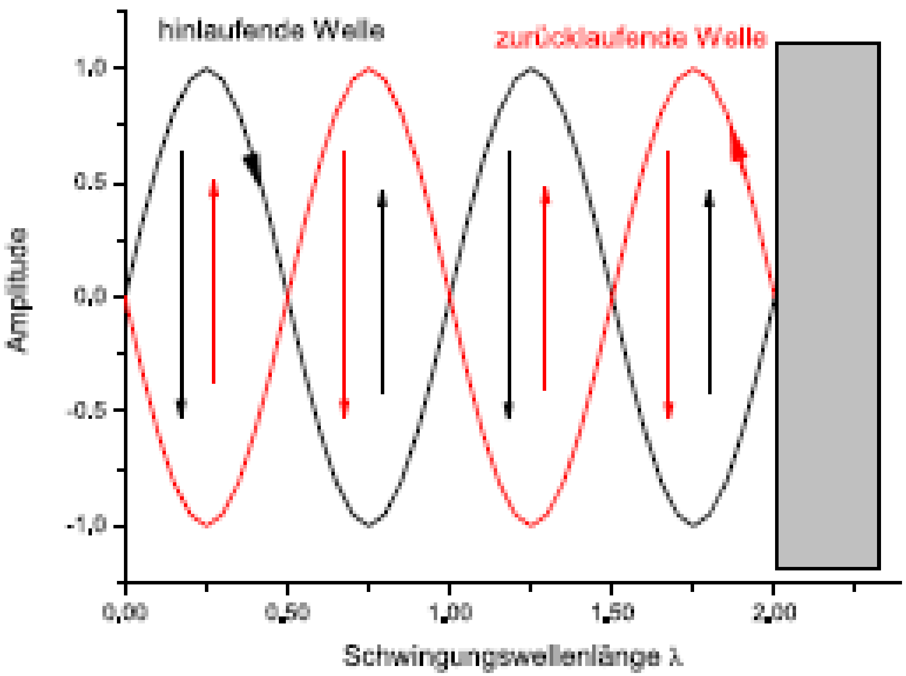
Einlaufende Welle von links nach rechts (schwarz) mit **Reflexion** der Welle an der Wand (**am festen Ende**). Dadurch erfährt die Welle bei ihrer Richtungsumkehr (ideal elastischer Stoss) einen **Phasensprung um π**. Die Welle bewegt sich danach von rechts nach links (rot).

Das bedeutet, dass die Amplituden sich einfach überlagern (Interferenz). Dadurch kann durch konstruktive oder destruktive Interferenz an bestimmten Orten die Amplitude erhöht oder erniedrigt werden.

Wellen – stehende Wellen

Direktes Ausrechnen ergibt für die stehende Welle (keine fortschreitende Welle):

$$\begin{aligned}
\Psi_1(x,t) &= A_0 \sin(\omega t - kx) \\
\Psi_2(x,t) &= A_0 \sin(\omega t + kx + \varphi_0) \\
mit \quad \sin\alpha + \sin\beta &= 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \\
\Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t) &= 2A_0 \sin(\frac{\omega t - kx + \omega t + kx + \varphi_0}{2})\cos(\frac{\omega t - kx - \omega t - kx - \varphi_0}{2}) \\
\Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t) &= 2A_0 \sin(\omega t + \frac{\varphi}{2})\cos(-kx - \frac{\varphi}{2})
\end{aligned}$$



Reflexion der Welle am festen Ende mit Phasensprung um π:
$\cos(-kx_K-\pi/2)=0$, also $-x_K= n\pi\lambda/2\pi$

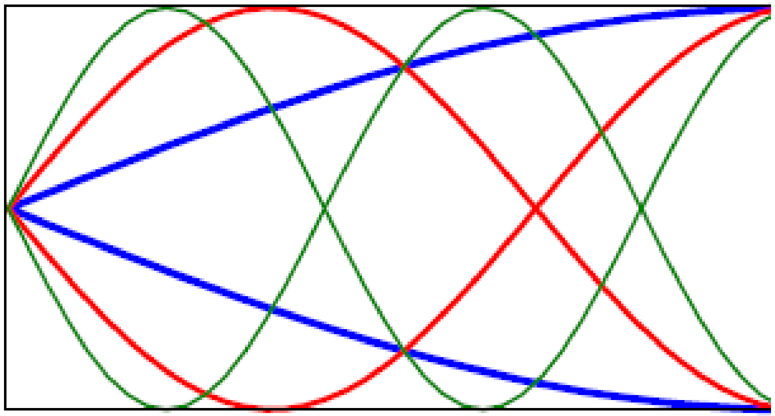
Schwingungsknoten bei x_K und Schwingungsbäuche bei x_B.

$$\begin{aligned}
x_K &= n\frac{\lambda}{2} \\
x_B &= (n+\frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}
\end{aligned}$$

Stehende Wellen

Panflöte

Stehende Welle im geschlossenen Rohr



Wellenänge (2n-1)λ/4

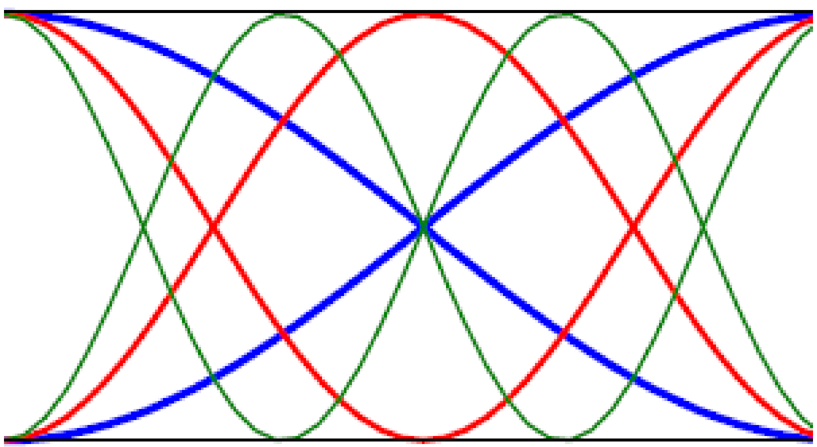
Einseitig geschlossenes Rohr:
Reflexion der Welle am festen Ende mit Phasensprung um π. (Reflexion von Licht am optisch dichteren Medium)

Mögliche Wellenlängen bei Rohrlänge l:

$l = (n - \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$, n>0

D9.2: Glühdrahtröhre

Stehende Welle im offenen Rohr



Wellenänge nλ/2

Beidseitig offenes Rohr:
Reflexion ohne Phasenänderung. (Reflexion von Licht am optisch dünneren Medium)

Mögliche Wellenlängen bei Rohrlänge l:

$l = n\frac{\lambda}{2}$, n>0

Stehende Wellen liefern die Töne und Obertöne der Instrumente.

Stehende Wellen – fortschreitende Wellen

Auch Schallwellen (longitudinale Schwingungen) bilden stehende Wellen aus.

Da Wellenimpulse an Gegenständen reflektiert werden, kann man die Zeit messen, die ein ausgesandter Wellenimpuls benötigt um zurückzukommen.

Dadurch ist eine Entfernungsmessung möglich.

Anwendung:

Blitzen der Autogeschwindigkeit
Ultraschallmessungen
Jagen bei Fledermäusen und Delphinen (Sonar)

D13: Steh. Schall-welle

D12: Abstandsmessung

Fortschreitende Wellen - Doppler Effekt

Ausbreitung von Wellen (Schallwellen):

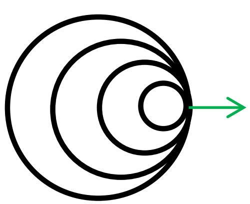
Bewegt sich die Schallquelle auf den Beobachter zu oder von ihm weg, so ändert sich die wahrgenommene Frequenz.
Das liegt daran, dass die ausgesandten Wellenlängen durch die Bewegung des Senders / Beobachters verändert werden.

D10: Doppler Effekt

$$\nu' = \frac{\nu}{1 \mp {}^{v_Q}/_{c}}$$

Das Minuszeichen gilt wenn die Quelle sich auf den Beobachter zubewegt
Das Pluszeichen, wenn die Quelle sich vom Beobachter wegbewegt.

Grenzfall v_Q=c:



Die Quelle bewegt sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle (z.B. einfache Schallgeschwindigkeit)
An der Vorderseite der Quelle addieren sich alle Amplituden auf, an der Rückseite ist die Wellenlänge doppelt so lang.