

A3: Hall-Effekt und Magnetowiderstand

1. Zusammenfassung

Äußere Felder (elektrische Felder, Magnetfelder oder Temperaturgradienten-Felder) beeinflussen das elektronische System eines Festkörpers so, dass eine Reihe verschiedener Transportphänomene auftreten. Im vorliegenden Versuch sollen die elektrischen Eigenschaften eines undotierten InSb-Halbleiters in einem äußeren Magnetfeld untersucht werden. Es werden dabei Messungen im Temperaturbereich zwischen 150 K und 400 K durchgeführt und daraus Aussagen zu Hall-Konstante, Leitfähigkeit, Ladungsträgerdichte, Beweglichkeit sowie Bandlücke und Magnetowiderstand gewonnen. Die Interpretation des Experiments erfolgt weitgehend im Rahmen des Drude-Modells.

2. Theoretische Grundlagen

Fließt durch ein Metall oder Halbleiter ein Strom mit Stromdichte j_x , während gleichzeitig ein Magnetfeld B_z anliegt, bildet sich senkrecht zu beiden ein elektrisches Feld E_y aus. Dabei wird der Quotient

$$R_H := \frac{E_y}{j_x B_z} \quad (1)$$

als **Hall-Konstante**^{*} definiert. Eine mikroskopische Beschreibung des **Hall-Effektes** durch das **Drude-Modell** (freies Elektronengas, mittlere Driftgeschwindigkeit, **Relaxationszeit-Näherung**) liefert das erstaunliche Ergebnis, dass die Hall-Konstante nicht von experimentellen Parametern, sondern nur von der **Ladungsträgerdichte** n abhängt

$$R_H = \frac{1}{ne}, \quad (2)$$

wobei e die negative Elementarladung ist. Die Einbeziehung der Quantenmechanik führt über die **Bloch-Theorie** zum sogenannten **semiklassischen Modell**, welches die **Bandstruktur** des Festkörpers in Form einer **effektiven Masse** m^* der Ladungsträger berücksichtigt.

Möchte man die Stromdichte, die sich bei einem äußeren elektrischen Feld \vec{E} einstellt, auf die einzelnen Ladungsträger zurückführen, so gelangt man zu der Definition der **Beweglichkeit** μ gemäß

$$\vec{j} = \mu n e \vec{E} \quad (3)$$

Unter Verwendung der **elektrischen Leitfähigkeit** σ , definiert über $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, erhält man eine dem Experiment direkt zugängliche Bestimmungsgleichung für die Beweglichkeit

$$\mu = \frac{\sigma}{ne} = \sigma R_H. \quad (4)$$

Beruhet die elektrische Leitung auf mehreren unterschiedlichen Arten von Ladungsträgern, so erhält man für die Hall-Konstante kompliziertere Ausdrücke, wie z. B. für Halbleiter mit zwei relevanten Bändern (Elektronen n_e, μ_e und Löcher n_p, μ_p)

$$R_H = \frac{n_e \mu_e^2 - n_p \mu_p^2}{e(n_e \mu_e + n_p \mu_p)^2}. \quad (5)$$

* Die Themenkreise zu den **fett** gedruckten Stichworten sollten Sie vor Versuchsbeginn beherrschen

Bei Eigenhalbleitern ist die Beweglichkeit der Elektronen gewöhnlich sehr viel größer als die der Löcher, so dass sich Gl. 5 zu Gl. 2 mit $n = n_e$ vereinfacht.

Jetzt ist aber die Ladungsträgerdichte $n(T)$ von der Temperatur abhängig. Unter der Annahme eines nicht-entarteten Halbleiters (d. h. mit einer Bandlücke $\Delta E \gg k_B T$) lässt sich die im Metall für die Beschreibung der Elektronen erforderliche **Fermi-Verteilung** durch die einfachere Boltzmann-Verteilung ersetzen und man erhält

$$n(T) \propto T^{3/2} e^{-\Delta E / 2k_B T} \quad (6)$$

Eine Messung von n als Funktion der Temperatur erlaubt also die Bestimmung der Bandlücke. Die in Gl. 6 angegebene Temperaturabhängigkeit trifft solange zu, bis die **Störstellenleitung** im Kristall nicht mehr gegenüber der Eigenleitung vernachlässigt werden kann.

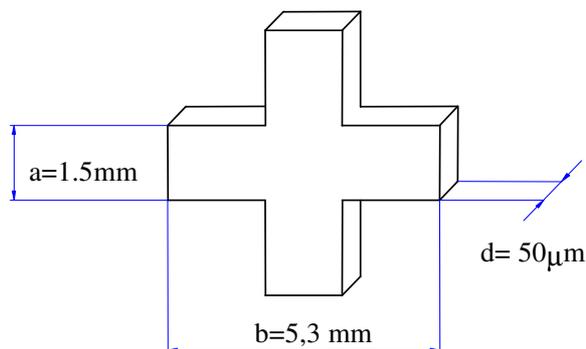
Das äußere Magnetfeld hat ebenfalls einen Einfluss auf die Spannung U_x (**Thomson-Effekt**). Da sich die in der Probe auftretenden Kräfte nur für Ladungsträger mit der mittleren Driftgeschwindigkeit v_D exakt kompensieren, kommt es durch die endliche Geschwindigkeitsverteilung zu Ablenkungen der einzelnen Ladungsträger, was zu einer Änderung des Widerstands ρ_x im Magnetfeld B_z führt. Entsprechend bedingt ein Mehrbandsystem durch die bandabhängigen mittleren Driftgeschwindigkeiten (bzw. Beweglichkeiten) ebenfalls eine Widerstandsänderung. Die Relaxationszeitnäherung liefert für kleine Magnetfelder die Beziehung

$$\frac{\rho(B) - \rho(0)}{\rho(0)} = \alpha B^2. \quad (7)$$

Für den linken Term von Gl. 7 findet man in der Literatur üblicherweise die Bezeichnung **Magnetowiderstand**.

3. Versuchsaufbau

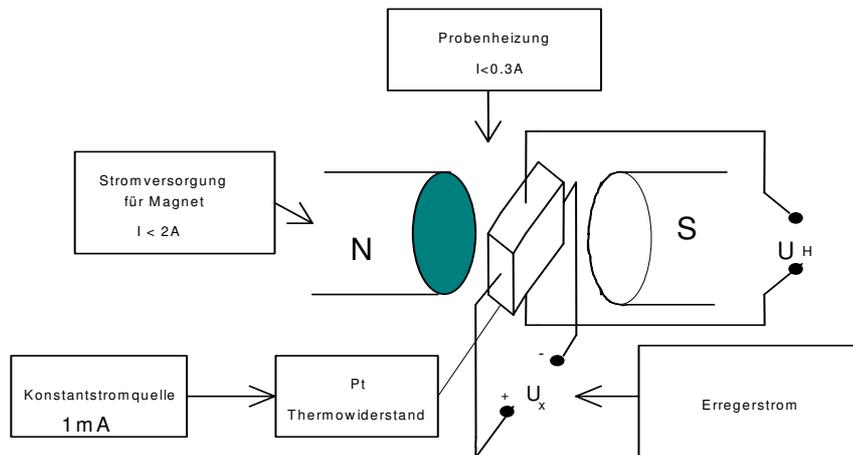
Die InSb-Probe ist kreuzförmig und auf den Enden über Lötkontakte mit den Zuleitungen verbunden.



Es steht folgender Aufbau zur Verfügung:

- Kryostat mit Probe (undotiertes InSb), Probenheizung (bis maximal 0.3 A zu betreiben) und Pt100-Thermowiderstand.
- Elektromagnet mit Stromversorgung (maximaler Spulenstrom 2 A).

- Konstantstromquelle für Erregerstrom (0 - 40 mA).
- Multimeter zur Messung des Spulenstroms, des Erregerstroms sowie der Spannungen U_H , U_X und der Thermospannung.
- xy-Schreiber.



4. Messprogramm

1. Messungen bei Raumtemperatur:
 - a) Hallspannung als Funktion des Magnetfeldes für 2 verschiedene Erregerströme.
 - b) Hallspannung als Funktion des Erregerstromes für 2 verschiedene Magnetfelder in jeweils beiden Polaritäten.
 - c) Magnetowiderstand.
2. Messungen bei tiefer Temperatur:
 - a-c) Entsprechend Teil 1a-c) bei eingekühlter Probe.
3. Temperaturabhängige Messungen (mit x-y Schreiber):
 - a) Temperaturabhängigkeit der Hall-Konstante.
 - b) Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit ohne Magnetfeld.

5. Auswertung und Fragestellungen zur Vorbereitung

1. Bestimmen Sie aus den Messungen 1a)+b) und 2a)+b) den Wert der Hall-Konstanten bei Raumtemperatur und bei tiefer Temperatur und vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Werten aus 4. a) und der Literatur [4].
Welchen Einfluss hat die Restmagnetisierung auf die Genauigkeit der Ergebnisse? Ist es wichtig, dass die Hall-Spannung exakt senkrecht zum Erregerstrom gemessen wird?

2. Bestimmen Sie aus der Messkurve 3a) mit Hilfe von Gl. 2 und 5 die Bandlücke ΔE . Die hierzu erforderliche Auftragung $\log(n \cdot T^{-3/2})$ gegen $1/T$ wird als Arrhenius-Plot bezeichnet. Warum weichen die Messwerte bei tiefen Temperaturen vom erwarteten Verhalten ab? Warum kann man im nicht-entarteten Halbleiter die Fermi-Verteilung durch die Boltzmann-Verteilung ersetzen? Wie kommt man zu Gl. 5?
3. Tragen Sie die mit Gl. 7 berechnete Beweglichkeit $\mu(T)$ doppellogarithmisch gegen die Temperatur auf. Welche Temperaturabhängigkeit ergibt sich? Was erwartet man für unterschiedliche dominante Streumechanismen (Störstellen, Phononen)? Vergleichen sich die Ergebnisse (Temperaturabhängigkeit und Absolutwert) mit Angaben aus der Literatur [4].
4. Tragen Sie den Magnetowiderstand aus Messung 1c) und 2c) gegen B auf. Diskutieren Sie den Unterschied der Magnetfeldabhängigkeiten bei den zwei Temperaturen im Rahmen der Relaxationszeitnäherung. Bestimmen Sie α aus Gl. 7 und vergleichen Sie die gewonnenen Werte mit den Ergebnissen für Elektron-Lochleitung unter Verwendung der gemessenen Elektronenbeweglichkeit. Warum verschwindet der in B lineare Term? Für welche Systeme erwarten Sie eine Sättigung des Magnetowiderstand für große Magnetfelder? Warum wurde InSb für das Experiment ausgewählt?

6. Literatur

Bis auf den Magnetowiderstand sollten alle Grundlagen aus der Vorlesung Festkörperphysik I bekannt sein und können in den einschlägigen Lehrbüchern nachgelesen werden (Ashcroft+Mermin, Ibach-Lüth, Kittel, Kopitzki, Madelung, etc.). Brauchbare Darstellungen des Magnetowiderstands finden sich in [1-3], Vergleichsdaten für InSb in [4], sowie Eich-tabellen für den Elektromagneten und den Pt100-Thermowiderstand im Ordner zu diesem Versuch in der Fachbereichsbibliothek.

- [1] Ziman, Electrons and Phonons, Oxford University Press, 1972, Signatur: KON 12
- [2] C. Kittel, Quantentheorie der Festkörper, R. Oldenbourg, 1970, Kap.12, Signatur: KON 7
- [3] A.C. Beer, Galvanomagnetic Effects in Semiconductors, Solid State Physics, Supplement 4, ed. Seitz + Turnbull, Academic Press, New York and London 1963, Abschnitte 12 und 16, aufbauend insbesondere auf Abschnitte 1-7 (Signatur in Fachbereichsbibliothek: KM 7, 2, Bd 4, Ex 1-5).
- [4] O. Madelung, Grundlagen der Halbleiterphysik, Springer, Kap. 7 (im Handapparat).