

## A15: Dielektrizitätskonstante von Gasen

### 1. Übersicht zum Thema und Zusammenfassung der Ziele

Die durch ein äußeres elektrisches Feld erzeugte makroskopische Polarisierung eines Stoffes setzt sich aus der Verschiebungspolarisation und der Orientierungspolarisation zusammen. Sowohl die Verschiebungspolarisation als auch die Orientierungspolarisation liefern Beiträge zur Suszeptibilität, die proportional zur Teilchenzahldichte sind. Da der von der Orientierungspolarisation hervorgerufene Anteil außerdem von der Temperatur abhängt, erlaubt die Messung der Dielektrizitätskonstanten als Funktion der Temperatur und der Teilchenzahldichte die Bestimmung der molekularen (bzw. atomaren) Polarisierbarkeit und des Dipolmoments.

### 2. Theoretische Grundlagen

#### 2.1 Verschiebungs- und Orientierungspolarisation

In einem elektrischen Feld wird jedes Molekül (bzw. Atom) polarisiert. Für nicht zu große Feldstärken ist das induzierte Dipolmoment proportional zum elektrischen Feld. Der Proportionalitätsfaktor wird als **Polarisierbarkeit\*** bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen der Polarisierbarkeit und den makroskopischen Größen **Dielektrizitätskonstante\*** und **Suszeptibilität\*** zeigt, dass der Beitrag der **Verschiebungspolarisation\*** zur Dielektrizitätskonstanten unabhängig von der Temperatur ist [Gre 82], [Jac 75].

Besitzen die einzelnen Moleküle bereits ein permanentes Dipolmoment, so trägt neben der Verschiebungspolarisation auch die temperaturabhängige **Orientierungspolarisation\*** zur Dielektrizitätskonstanten bei. In Gasen und Flüssigkeiten sind die Moleküle frei beweglich, so dass erst ein angelegtes Feld ein makroskopisch resultierendes Dipolmoment ergibt. Die vorher ungeordneten Moleküle werden sich parallel zur Feldrichtung einstellen. Dieser Orientierung wirkt die Brownsche Wärmebewegung entgegen. Der Beitrag der Orientierungspolarisation zur Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$  lässt sich mit Hilfe der **Boltzmann-Statistik\*** berechnen [Gre 82], [Jac 75]. Die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Polarisierbarkeit und dem permanenten Dipolmoment ist außerdem in [GKV 82] zu finden. Ersetzt man die Teilchenzahldichte mit Hilfe der für ideale Gase gültigen Beziehung, so ergibt sich die für diesen Versuch als Grundlage dienende **Gleichung\***  $\epsilon = \epsilon(p, T)$ , die die Abhängigkeit vom Druck  $p$  und der Temperatur  $T$  beschreibt. Wie hängt  $\epsilon$  mit dem **Brechungsindex\*** in der Optik zusammen?

#### 2.2 Lokales elektrisches Feld

Bei den Bedingungen, die in diesem Versuch vorliegen, ist das äußere angelegte Feld gleich dem lokalen Feld am Ort des Moleküls (Atoms). Für Materie mit höherer Dichte kann der Einfluss der das betrachtete Molekül umgebenden Dipole nicht mehr vernachlässigt werden (siehe **Lorentz-Beziehung\***, **Clausius-Mosotti-Gleichung\*** [Gre 82], [Jac 75]).

---

\* Die in den folgenden Abschnitten mit \* gekennzeichneten Themenkreise müssen zu Versuchsbeginn beherrscht werden, die **fett** gedruckten sollten Sie bei der Nachbesprechung diskutieren können.

### 2.3 Dispersion und Absorption

Im **klassischen Modell** [Gre 82], [Jac 75], [GKV 82] führt das elastisch gebundene Elektron unter dem Einfluss des äußeren, zeitabhängigen elektrischen Feldes erzwungene Schwingungen aus. Außerdem wird eine zur Geschwindigkeit des Elektrons proportionale Dämpfung angenommen. Aus der Lösung der Differentialgleichung folgt die **komplexe Dielektrizitätskonstante\***, wobei der Realteil die Frequenzabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit des Lichtes (**Dispersion\***) und der Imaginärteil die **Absorption\*** beschreibt.

### 2.4 Quantenmechanische Beschreibung

Die Grundlage der **quantenmechanischen Betrachtung** [Dav 65], [Lou 73] ist die Schrödingergleichung unter Berücksichtigung der Störung durch das äußere elektrische Feld. Mit Hilfe der Wellenfunktion lässt sich in Störungsrechnung 1. Ordnung der Mittelwert des induzierten Dipolmoments, das dem äußeren elektrischen Feld proportional ist, berechnen. Die auf diese Weise bestimmte Proportionalitätskonstante entspricht der mit Hilfe des klassischen Modells abgeleiteten Polarisierbarkeit.

## 3. Messprinzip

Die Dielektrizitätskonstante wird aus der druckabhängigen Verstimmung eines **Mikrowellenresonators\*** [Bad 74] bestimmt. Die Verstimmung wird mit Hilfe eines Vergleichsresonators gemessen, dessen Eigenfrequenz durch Eintauchen eines Quarzstabes verstimmt werden kann. Die Eigenfrequenz des mit dem Dielektrikum gefüllten Resonators lässt sich mit Hilfe der **Maxwell-Relation\*** [GKV 82] durch die Eigenfrequenz im Vakuum und die Dielektrizitätskonstante des jeweiligen Mediums ausdrücken.

## 4. Versuchsaufbau

Die Mikrowellenapparatur [Bad 74] besteht aus dem **Reflexklystron\***, zwei Einweghohlleitern, zwei Dämpfungsgliedern, dem Messresonator und dem Vergleichsresonator (siehe Abb. 1). Die Eigenfrequenz des Vergleichsresonators in Abhängigkeit von der Spindelstellung ist in der am Versuch ausliegenden Eichkurve dargestellt. Da die Eichkurve für eine Temperatur von 30.0 °C gilt, sollte der Thermostat des Vergleichsresonators auf diese Temperatur eingestellt sein. Beim Einschalten des Klystrons ist zu beachten, dass erst die Heiz- und Reflektorspannung und dann die Anodenspannung eingestellt wird. Beim Ausschalten ist die Reihenfolge umgekehrt. Die Spindel am Vergleichsresonator darf nur bis auf 5.00 mm hineingedreht werden. Der Druck wird mit einem Kapazitätsmanometer gemessen. Bei diesem Instrument handelt es sich um ein Membran-Vakuummeter [Koh 68], [Geb 2], [Geb 3]. Ändert sich der Druck, so verbiegt sich die Membran. Dies bewirkt eine Kapazitätsänderung zwischen der Membran und einer feststehenden zweiten Elektrode.

Anmerkung: Die Eigenfrequenz des evakuierten Messresonators ist temperaturabhängig.

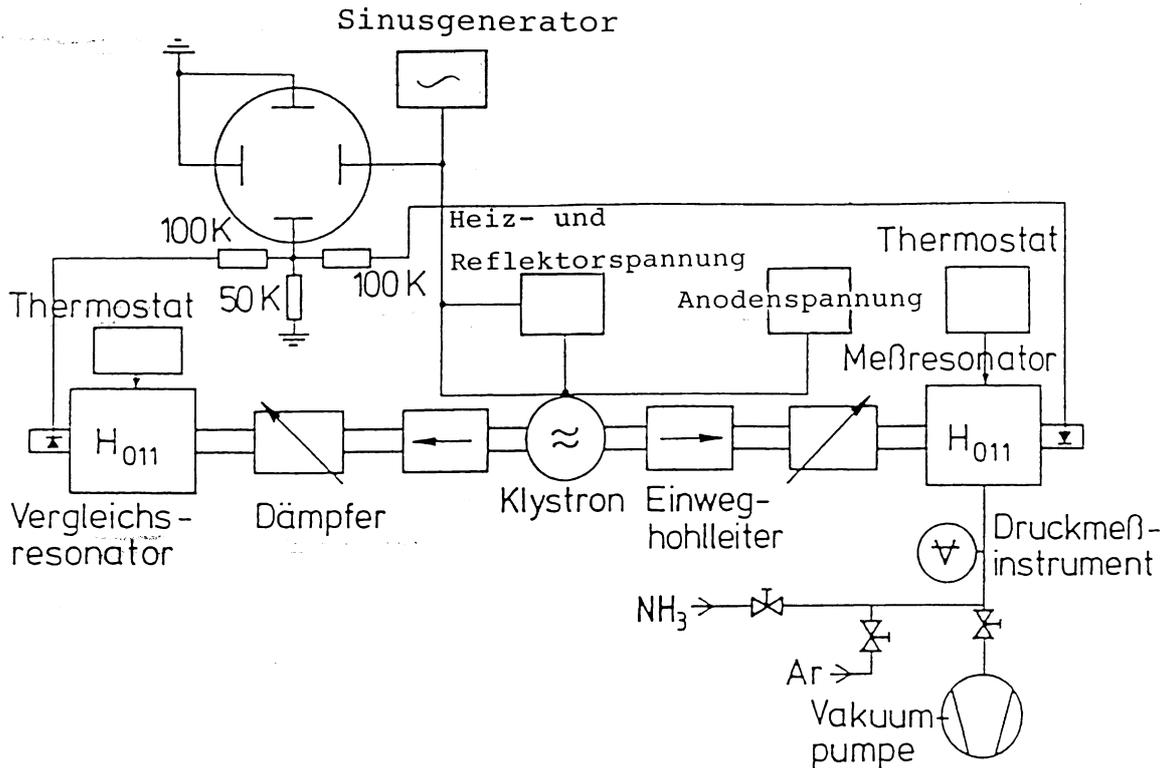


Abb. 1: Schematischer Versuchsaufbau

- 5. Geräteliste:**
- Netzteil für die Heiz- und Reflektorspannung des Klystrons,
  - Netzteil für die Anodenspannung des Klystrons
  - Klystron,
  - Einweghohlleiter (2x),
  - Dämpfungsschieber (2x),
  - Messresonator,
  - Thermostat (2x),
  - Oszilloskop mit Sägezahn-generator,
  - kapazitives Druckmessinstrument,
  - zweistufige Drehschiebervorpumpe,
  - Ventile.

## 6. Aufgaben

- 6.1 Bestimmen Sie die Dielektrizitätskonstante und Polarisierbarkeit eines Edelgases aus der Druckabhängigkeit der Eigenfrequenz des Messresonators. Rechnen Sie die Dielektrizitätskonstante auf Normalbedingungen um.
- 6.2 Bestimmen Sie die Dielektrizitätskonstante, die Polarisierbarkeit und das Dipolmoment von Ammoniak aus der Druck- und Temperaturabhängigkeit der Eigenfrequenz des Messresonators. Rechnen sie die Dielektrizitätskonstante auf Normalbedingungen um. Geben Sie das Dipolmoment in den Dimensionen C·m und Debye an. Literaturwerte finden Sie z.B. in [HCP 67], [McC 74], [Leo 74], [RaS 85].

## 7. Hinweise zur Auswertung

Wie oben erwähnt, lässt sich die Eigenfrequenz des mit dem Dielektrikum gefüllten Resonators durch seine Eigenfrequenz im Vakuum und die Dielektrizitätskonstante des Mediums ausdrücken. Da für Gase in dem hier betrachteten Frequenzbereich die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  sehr nahe bei 1 liegt, kann die Funktion in eine Taylorreihe an der Stelle  $\epsilon = 1$  entwickelt werden. Bricht man die Reihe nach dem linearen Glied ab und setzt  $(\epsilon-1)$  ein, so erhält man die Eigenfrequenz des Messresonators als Funktion der Temperatur, des Druckes sowie der Polarisierbarkeit und des Dipolmoments. Die Gleichung zeigt, dass bei fester Temperatur die Verstimmung des Resonators linear vom Druck abhängt. Aus der Steigung kann sofort die Dielektrizitätskonstante bei der Temperatur, bei der die Abhängigkeit aufgenommen wurde, bestimmt werden.

Um die mikroskopischen Größen aus der gemessenen Druck- und Temperaturabhängigkeit zu erhalten, muss die Temperaturabhängigkeit der Orientierungspolarisation ausgenutzt werden. Bei der Auswertung ist es sinnvoll, die bei der Temperatur  $T$  gemessene Steigung mit der Temperatur zu multiplizieren, durch die Eigenfrequenz  $\nu_0$  des Messresonators im Vakuum (bei der jeweiligen Temperatur) zu dividieren und über  $1/T$  aufzutragen. Der Achsenabschnitt dieser graphischen Darstellung ist proportional zur Polarisierbarkeit, aus der Steigung lässt sich das Dipolmoment berechnen.

Die zur Auswertung benötigten Fundamentalkonstanten sind z.B. in [CoT 88] zu finden.

## 8. Literatur

Gebrauchsanleitungen:

- [Geb 1] Bedienungsanleitung für das Umwälz/Bad-Thermostat FE2 der Firma Haake.
- [Geb 2] Bedienungsanleitung für den Druckmesskopf 222B der Firma MKS Instruments Inc.
- [Geb 3] Bedienungsanleitung für das Druckanzeigergerät PR2000 der Firma MKS Instruments Deutschland GmbH.

Lehrbücher:

- [Bad 74] A.J. Baden Fuller, *Mikrowellen*, Vieweg (Braunschweig 1974).
- [Dav 65] A.S. Davydov, *Quantum Mechanics*, Pergamon Press (Oxford 1965).
- [GKV 82] C. Gerthsen, H.O. Kneser, H. Vogel, *Physik*, 14. Aufl., Springer (Berlin 1982).
- [Gre 82] W. Greiner, *Theoretische Physik*, Band 3: Klassische Elektrodynamik, 3. Aufl., Verlag Harri Deutsch (Frankfurt a.M. 1982).
- [Jac 75] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc. (New York 1975).
- [Koh 68] F. Kohlrausch, *Praktische Physik*, Band 1, 22. Aufl., Teubner (Stuttgart 1968).
- [Lou 73] R. Loudon, *The quantum theory of light*, Clarendon Press (Oxford 1973).

Literatur für Vergleichswerte:

- [CoT 88] E.R. Cohen, B.N. Taylor, *Journal of Physics and Chemistry Reference Data* 17, 1795 (1988).
- [HCP 67] *Handbook of Chemistry and Physics*, 48th Edition, The Chemical Rubber Co. (Cleveland 1967).
- [Leo 74] P.J. Leonard, *Refractive indices, Verdet constants, and polarizabilities of the inert gases*, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 14, 21 (1974).
- [McC 74] A.L. McClellan, *Tables of experimental dipole moments*, Vol. 2, Ralston Enterprise (El Cerrito, California 1974).
- [RaS 85] A.A. Radzisz, B.M. Smirnov, *Reference data on atoms, molecules and ions*, Springer Series in Chemical Physics, Vol. 31, Springer (Berlin 1985).