

Dünen und Sandrippel

– Strukturbildungsphänomene in der Natur

V. Nordmeier

Herrn Prof. Dr. H. Joachim Schlichting zum 60. Geburtstag gewidmet

*„Je kleiner das Sandkorn ist, um so sicherer hält es sich für den Mittelpunkt der Welt.“
Marie Freifrau von Ebner-Eschenbach*

1 Strukturen im Sand – Physik granularer Medien

Sand ist ein faszinierender Bestandteil unserer Welt. Große Gebiete der Erde sind von Sand bedeckt und auch viele Grenzen zwischen Wasser und Land wie Küsten oder die Ufer von Flüssen und Bächen werden von Sand gebildet. Die Bedeutung von Sand als Rohstoff ist unglaublich vielseitig, sie reicht vom Grundstoff für Zementmischungen bis hin zur Gewinnung von Silizium in der Solarzellen- oder Halbleitertechnik.

Beim Spielen mit Sand lernen schon Kinder die wichtigsten Eigenschaften dieses Stoffes kennen: Sand kann grob oder fein sein, durch die Finger rieseln, aber auch zusammen kleben, wenn er mit Wasser in Berührung kommt. Mit trockenem Sand lassen sich keine Sandburgen bauen, wohl aber ein Sandrad oder eine Sanduhr betreiben. Hier zeigt sich bereits, dass Sand sich bisweilen wie ein Festkörper, manchmal aber auch wie eine Flüssigkeit verhält.

Als Zeitmesser besitzt Sand auch eine besondere historische Bedeutung, denn das Phänomen des zeitlich konstanten Rinnens von Sand wurde bereits vor Christi Geburt erkannt (vgl. z. B. [1]). Anders als bei Flüssigkeiten ist die Fließgeschwindigkeit von Sand unabhängig von der Füllhöhe des Sandes.

Zunehmend befasst sich aber auch die Physik mit dem „Naturphänomen Sand“. Es zeigt sich, dass Sand und andere Granulate, die als einzelne Partikel in der Schlichtheit ihrer Gestalt und den Wechselwirkungen untereinander kaum zu unterbieten sind, durch relativ unspezifische Zufuhr von Energie zu einem faszinierenden kollektiven Verhalten angeregt werden können, das in äußerst vielfältigen, ästhetischen Strukturen seinen sichtbaren Ausdruck findet (vgl. z. B. [2]-[4]).

Strukturbildungsprozesse mit Sand lassen sich anhand von einfachen Experimenten untersuchen: Rieselt Sand auf eine Ebene, so entsteht immer ein kegelförmiger Sandhaufen mit einer charakteristischen Steigung [5]. Mischungen von Granulaten unterschiedlicher Körnungsgröße lassen sich durch Schütteln oder durch Rotationsbewegungen wieder entmischen [6]. Vertikal gerüttelte Sandschichten bilden spontan kreisrunde, scharfbegrenzte hügelartige Muster aus [4] (s. Abb. 1).

Diese und eine Vielzahl weiterer Phänomene sind zwar nicht neu (vgl. [2]), die wissenschaftliche Beschäftigung mit Granulaten erlebt heute aber eine Renaissance. Die Forschungsaktivitäten im Rahmen der nichtlinearen Physik haben – aufgrund der besonderen dynamischen Eigenschaften granularer Materie – in den letzten Jahren ein

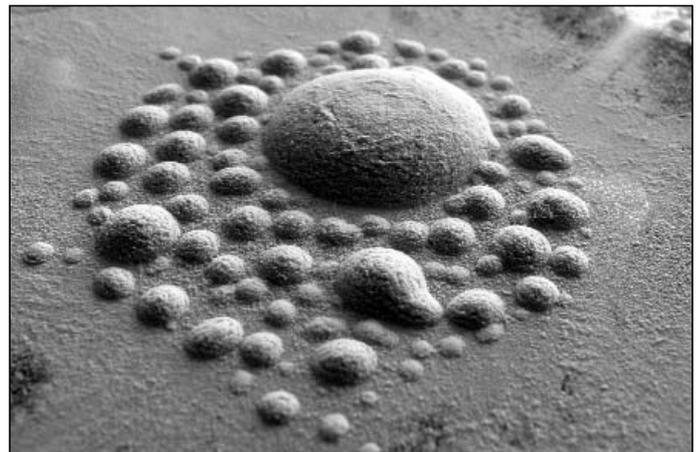


Abb. 1: Selbstorganisierte Musterbildung bei periodisch geschüttelten Granulatschichten.

neues Forschungsgebiet hervorgebracht, die Physik granularer Medien. Neben der Erforschung zahlreicher Phänomene (wo liegen z.B. die Grenzen zwischen Festkörpern und Fluiden?) zielen die Untersuchungen aber auch auf praktische Anwendungsgebiete: Die industriellen Verbraucher von granularen Materialien wie z. B. die Baustoff-, die Glas-, die chemische, die pharmazeutische und auch die Lebensmittel-Industrie interessieren sich sowohl für eine optimale Lagerung, den Transport als auch die Produktion homogener Granulatmischungen unterschiedlichster Substanzen.

Das komplexe Verhalten von Sand und anderen Granulaten kann zudem als paradigmatisch für viele selbstorganisierte Systeme angesehen werden. Daher eignen sich Granulate in besonderer Weise als Modellsysteme und können in elementarisierter Form im Kontext der nichtlinearen Physik auch im Physikunterricht Eingang finden.

2 Von Dünen und Sandrippeln

In Wüsten, in sandreichen Küstenregionen und selbst im Sandkasten lassen sich nahezu regelmäßige Musterungen in Form von Sandrippeln und Dünen in den unterschiedlichsten Größenordnungen beobachten. Dünen können sehr vielfältige Formen und Größen annehmen und besitzen jeweils interessante Eigenschaften (vgl. z. B. [2]-[3]). Sandrippel sind längsgestreckte hügelartige Anhäufungen, die zumeist aus zusammengewehtem Flugsand und anderen Granulaten bestehen und periodische Vertiefungen

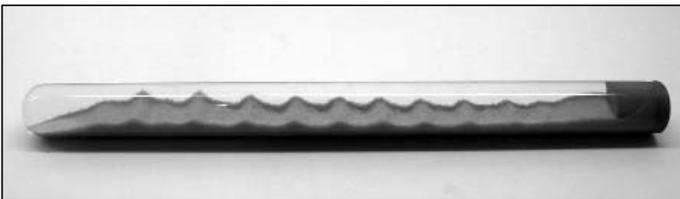
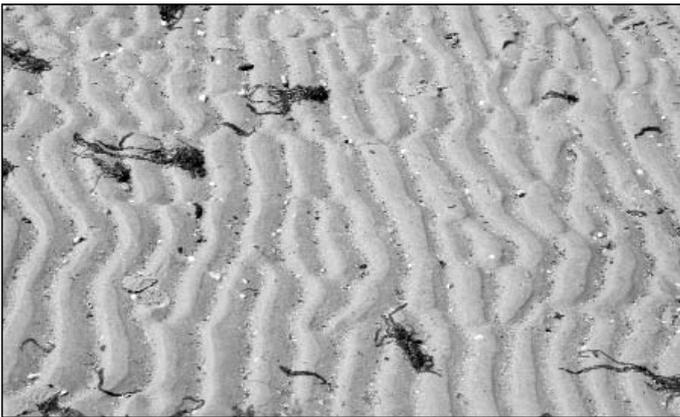


Abb. 2 (oben): Weht Wind über eine glatte Sandfläche, so bilden sich spontan Dünen und Sandrippel aus (Kanarische Inseln).

Abb. 3 (Mitte): Auch unter dem Einfluss von bewegtem Wasser entstehen Sandrippel (Wattenmeer an der Nordsee).

Abb. 4 (unten): Oszillationsrippel im Reagenzglas – erzeugt durch periodisches Hin- und Herschütteln.

und Erhebungen aufweisen. Sie entstehen sowohl auf Ebenen als auch auf Dünen und zeichnen sich durch eine sehr charakteristische Form aus (s. Abb. 2).

Sandrippel bilden sich – wie Dünen – unter dem Einfluss von Wind spontan aus (vgl. Abb. 2). Ähnliche Muster treten auch dort auf, wo sich Wasser über eine Sandfläche hinwegbewegt. Sowohl im Sandbett von Bächen oder an den Ufern von Flüssen als auch im sandigen Untergrund der periodisch hin- und herbewegten Gezeitenströmungen lassen sich Rippelformationen beobachten (Abb. 3). Diese Rippelmuster zeichnen sich durch eine gewisse Periodizität aus (mit einer nahezu konstanten „Wellenlänge“) und gleichen äußerlich den Oberflächenwellen des Wassers. Allerdings unterliegt die Entstehung von Sandrippeln einer gänzlich anderen Dynamik. Insbesondere besitzen Sand und andere Granulate keine Oberflächenspannung. Je nach „Antrieb“ unterscheidet man dabei zwischen so genannten Strömungs- und Oszillationsrippeln. Während Oszillationsrippel eine eher symmetrische Form besitzen, lassen sich Strömungsrippel anhand ihrer asymmetrischen Form eindeutig identifizieren: Zur Strömung hin besitzen

sie einen flach ansteigenden Hang, der in Strömungsrichtung plötzlich relativ steil abfällt.

Sandrippel sind das Ergebnis eines Prozesses, bei dem aufgrund der dynamische Bewegung einzelner Partikel eine kollektive Wechselwirkung über einen längeren Zeitraum hin in Gang gehalten wird. Als stationäre Nichtgleichgewichtsstrukturen bewahren sie gleichzeitig die Geschichte ihrer Entstehung: Flaut z. B. der Wind ab und mit ihm der Antrieb, so bleiben die Muster als „Zeugen der Vergangenheit“ erhalten. Luftbildaufnahmen von sandreichen Gebieten lassen so anhand der Orientierung der Dünen, die sich bisweilen über viele Kilometer erstrecken können, die vorherrschende Windrichtung erkennen.

Die dem Sand durch den Wind oder das Wasser zugeführte Energie wird also in einer spezifischen Art und Weise dazu genutzt, Strukturen auszuprägen. Dieser Prozess kann als typisch für das Verhalten selbstorganisierter dissipativer Systeme angesehen werden (vgl. z. B. [4]-[6]).

Obwohl das Phänomen der Rippelbildung seit Langem bekannt ist, existiert bis heute keine geschlossene Theorie zur Erklärung der komplexen Dynamik und der Wechselwirkungsprozesse zwischen den Sandkörnern einerseits und dem Wind (oder Wasser) andererseits.

3 Sandrippel selbst gemacht – einfache Experimente mit Granulaten

Sandrippel können mit einfachen Mitteln auch experimentell erzeugt werden. Ein sehr einfach zu realisierendes (Freihand-) Experiment erlaubt z. B. die Erzeugung von Oszillationsrippeln: Befüllt man ein (möglichst langes und großvolumiges) Reagenzglas zu einem Viertel mit Sand, gießt dann Wasser oder Ethanol hinein, verschließt das nun vollständig gefüllte Glas mit einem Stopfen und schüttelt es periodisch (vertikal) hin und her, so lassen sich hier binnen kürzester Zeit faszinierende Rippelmuster beobachten (Abb. 4).

In einem mit Sand und Wasser gefüllten und periodisch hin und her oder an einer Seite auf und ab bewegten Bassin entstehen ähnliche Rippel (s. Abb. 5a, b). Aber auch in einer Teetasse lassen sich bisweilen Rippel beobachten, falls der Tee mit losen Teeblättern aufgebriht wurde: Auch unter Verwendung eines Filters bleiben dabei oft feinste Sedimente im Tee, die sich dann am Boden der Tasse ablagern. Schwenkt man die Tasse leicht hin und her, so bilden sich am Boden feinste Tee-Rippel aus (s. Abb. 5c, d).

Zur genaueren Beobachtung und Untersuchung der Entstehung von Strömungsrippeln eignet sich der folgende Versuchsaufbau: Hier dient eine handelsübliche „Kuchenhäube“ aus durchsichtigem Kunststoff als Bassin (s. Abb. 6). Oftmals sind diese Häuben in der Mitte mit einer ringartigen Vertiefung versehen, die als Griff dient. Dreht man die Häube um, so ragt diese Wölbung ca. zwei bis drei Zentimeter aus dem Boden heraus. Hier lässt sich eine runde Kunststoffdose aufsetzen, sodass eine Art Ringkanal entsteht (s. Abb. 6). Die Dose sollte insgesamt nur so hoch sein, dass nach dem Befüllen der Häube mit Sand und Wasser auch die Dose überspült wird und ein glatter Wasserspiegel entsteht. Sollte die Dose zu hoch sein, kann das obere Ende abgeschnitten werden.

In den Ringkanal wird zunächst feiner Sand eingefüllt (Füllhöhe ca. 3 cm; sehr gut eignet sich z. B. reiner Vogelsand). Danach wird so viel Wasser hinzugegeben, bis die

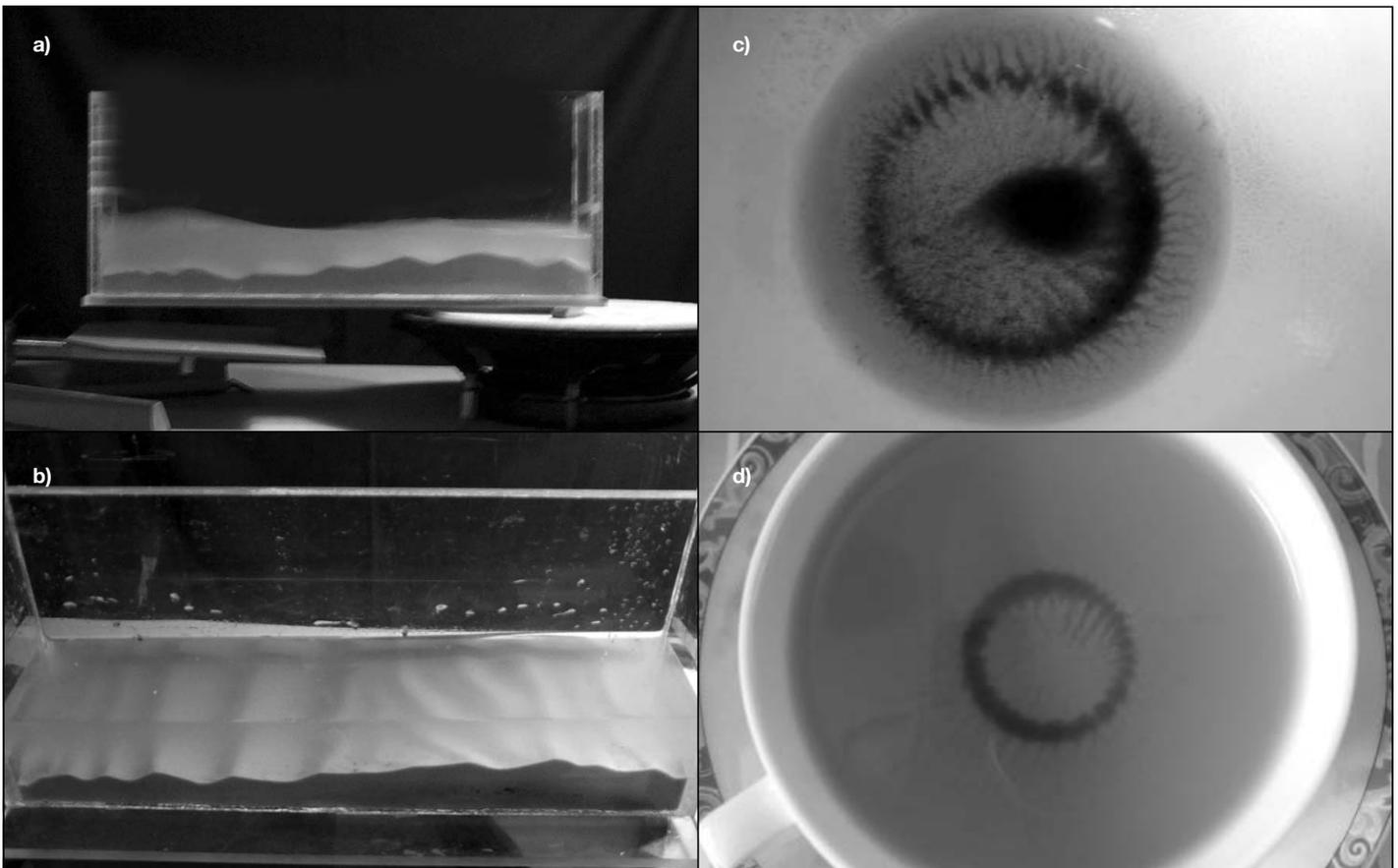


Abb. 5: Oszillationsrippel im Aquarium (a, b) und (c, d) in einer Teetasse – erzeugt durch periodisches Hin- und Herströmen einer Flüssigkeit.

Dose in der Mitte um mindestens 2 cm überflutet und der Wasserpegel aber noch deutlich unterhalb der Haubenkante liegt (ca. 3 cm).

Über der Wasseroberfläche wird eine in der Drehzahl regulierbare Bohrmaschine bzw. ein sammlungüblicher Experimentiermotor angebracht. Damit wird eine Drehscheibe angetrieben, die die Wasseroberfläche gerade berührt. Reibungsbedingt wird das Wasser so in Bewegung versetzt, und es entsteht eine Tiefenströmung im Ringkanal, bei der das Wasser radial über die Sandoberfläche strömt.

Abb. 6 zeigt den Versuchsaufbau. In Abhängigkeit von der Drehzahl bzw. der resultierenden Strömungsgeschwindigkeit ergeben sich Sandrippel, die in Strömungsrichtung durch den Ringkanal wandern (Abb. 7). Sehr gut lässt sich

Abb. 6: Strömungsexperimente in einer Kuchenhaube



sowohl die Entstehung der Rippel und die Bewegungen bzw. die „Flugbahnen“ einzelner Sandkörner als auch die Dynamik der wandernden Sandrippel beobachten.

Abb. 8 zeigt Rippelmuster (Strömungsrippel), die in einer Art Windkanal erzeugt wurden. Auf einer Grundfläche (ca. 1,00 m × 0,40 m), die durch zwei an den längeren Seiten angebrachten Wände (z. B. Holzpanelen) geschlossen und an den kürzeren Seiten offen ist, wird zunächst eine Lage Sand aufgebracht (Schichtdicke ca. 2 cm). Mithilfe eines kleinen Gebläses oder eines Föhns wird nun ein Windstrom erzeugt, der in Richtung der anderen offenen Seite über die Sandfläche weht. Lässt man nun noch per Hand etwas Sand in der Nähe des Gebläses einrieseln, so entstehen nach kurzer Zeit die ersten Rippel auf der Sand-

Abb. 7: Sandrippel im Ringkanal.



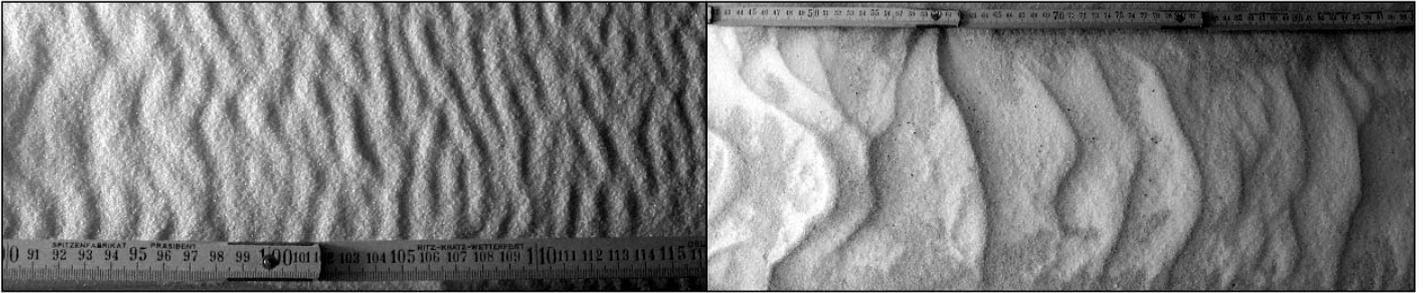


Abb. 8: Experimentell erzeugte Sandrippel, wie sie bei niedrigeren (links) und bei höheren Windstärken (rechts) zu beobachten sind.

fläche. In Abhängigkeit der Windstärke oder der Entfernung des Gebläses von der Sandfläche lassen sich auf diese Weise unterschiedliche Rippelmuster beobachten.

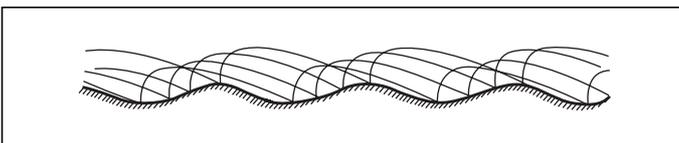
Die Muster auf der linken Seite von Abb. 8 entstanden unter der Einwirkung kleiner Windgeschwindigkeiten, die Rippel in auf der rechten Seite von Abb. 8 bei einer höheren Windstärke. Das helle (Glas-) Granulat wurde eingestreut, um die Strukturen besser sichtbar zu machen.

4 Zur Entstehung von Sandrippeln – Erklärungsansätze

Bei den vom Wind angetriebenen (Strömungs-) Sandrippeln wirken nur die Schwerkraft und die Scherkraft des Windes auf die einzelnen Sandkörner. *Bagnold* beobachtete bereits 1941, dass die Dynamik der Entstehung und Entwicklung von „windgetriebenen“ Sandrippeln im Wesentlichen durch drei elementare Prozesse gesteuert wird: die Suspension, das Oberflächenkriechen und die Saltation (vgl. [2]-[3]). Die einzelnen Sandkörner können sich in Abhängigkeit von ihrer Größe recht unterschiedlich bewegen. Sind sie sehr klein ($< 80 \mu\text{m}$), so lösen sie sich leicht vom Boden und können sehr lange in der Luft bleiben. Sie werden mit der Luftströmung auch über weite Distanzen transportiert. Da diese kleinen Sandkörner quasi in der „Schwebe“ bleiben, spricht man hier von Suspension. Große Sandteilchen ($> 300 \mu\text{m}$) dagegen können vom Wind kaum aufgewirbelt werden, sie „kriechen“ bzw. bewegen sich quasi nur direkt über dem Boden. Bei der Ausbildung von Sandrippeln spielt aber die so genannte Saltation, also das kurzreichweitige „Springen“ der Sandkörner, eine entscheidende Rolle: Granulatteilchen mittlerer Größe (Durchmesser zwischen 80 und $300 \mu\text{m}$) können durch Luftbewegungen oder -wirbel aus dem Boden herausgehoben oder durch Einschläge anderer Teilchen herausgeschleudert werden. Sie vollführen dann eine Sprung- und Flugbewegung in Windrichtung und können bei der Landung wiederum andere Sandkörner aus dem Boden heraus schlagen.

Abb. 9 zeigt schematisch, wie einzelne Partikel ab einer kritischen Windstärke (Windrichtung im Bild von links nach rechts) durch Stöße mit anderen Teilchen aus der Oberfläche herausgeschleudert werden, um dann mehr oder we-

Abb. 9: Flugbewegung der Sandkörner und Wellenlänge der Rippel (Originalzeichnung aus [2]).



niger weit in Richtung der Leeseite (der windabgewandten Seite) zu springen.

Idealisiert lässt sich die Flugbahn der saltierenden Teilchen als eine Wurfparabel mit zusätzlicher höhenabhängiger Beschleunigungskomponente in Abhängigkeit von der vorherrschenden Windströmung beschreiben. Beim erneuten Landen können diese Sandkörner weitere Partikel aus der Grundfläche ausschlagen, die ihrerseits wiederum andere Teilchen herauslösen können. Beim Landen werden viele Sandkörner aber auch einfach nur „ausrollen“ bzw. in Abhängigkeit der lokalen Bodenbeschaffenheit schwerkraftsbedingt seitlich abrutschen. In einer Art Kettenreaktion beginnt so ein selbstverstärkender Prozess. Bildet sich an einer Stelle zufällig eine kleine Erhebung aus, so ist hier die Wahrscheinlichkeit besonders groß, dass einzelne Teilchen „eingefangen“ werden. Die springenden Teilchen landen vermehrt auf der Luvseite (der windzugewandten Seite) dieser Erhebung, rollen die sich langsam aufsteigende Böschung hinauf und können von dort erneut „abspringen“. Die Wahrscheinlichkeit auf der Leeseite zu landen, wird immer geringer und es kommt zu der typischen Form eines Rippels. Mit zunehmender Höhe der Rippel setzt aber zugleich auch ein einheitlicheres Sprungverhalten ein, die Sandkörner gleiten die Böschung hinauf und lösen sich jetzt vermehrt von der Spitze ab und beschreiben bei konstanter Windströmung eine gleichbleibende Flugbewegung. Dies erklärt auch die annähernd konstante Wellenlänge von Rippelformationen. Die zunächst spontan und an zufälligen Positionen entstandenen Erhebungen organisieren sich so zu äquidistanten Rippeln.

Da aber einige Teilchen auch auf der Leeseite herunterrutschen, kommt es zu einer kollektiven Verschiebung: Rippel- oder Dünenformationen bewegen sich als Ganzes in die Richtung, in die der Wind weht. Die Bilanz an heranrollenden oder auftreffenden und einen Rippel wieder verlassenden Teilchen ist dabei ausgewogen. Die Rippel selbst bleiben stationär, d. h., sie befinden sich in einem ständigen Auf- und Abbau, wobei ihr äußeres Erscheinungsbild aber gewahrt bleibt.

In Abb. 10 ist schematisch dargestellt, wie sich auch die Strömungslinien der Luft rückkoppelnd der Bodenstruktur anpassen. Die zwischen den einzelnen Rippeln entstehenden Luftwirbel verstärken dabei die Ausprägung der stationären Rippelmuster (s. o.).

Das skizzierte Verhalten kann auch zu komplexeren Mustern führen, oftmals entstehen Rippelmuster unterschiedlicher Größenordnungen, und es kommt zu selbstähnlichen Strukturen von Sandrippeln auf Dünen, die wiederum kleine Rippel aufweisen können etc. Zur Modellierung der eigentlichen Rippelbildung wurden in den letzten Jahren zahlreiche Theorien und Erklärungsansätze vorgestellt, bei denen die verschiedenen Prozesse in unterschiedlichem Maße berücksichtigt werden (vgl. z. B. [3], [7]-[8]).

5 Ein elementares Modell zur Simulation von Sandrippeln

Nishimori und Ouchi [7] schlagen ein diskretes Modell vor, das neben der Saltation auch das Abrutschen bzw. Relaxieren beinhaltet und nur elementare Flugbewegungen bzw. Umschichtungen von Sandkörnern als Ursache der Rippelbildung in Betracht zieht. Im Folgenden soll ein diskretes, weiter vereinfachtes Modell vorgestellt werden, das die beschriebenen Prozesse in elementarisierter Form realisiert und in einen Iterations-Algorithmus umsetzt.

5.1 Saltation

Der Saltationsprozess kann recht anschaulich durch das Springen einzelner Teilchen beschrieben werden (s. o.). Verlässt ein Sandkorn den Boden an der Position (x, y) , so muss die Belegungshöhe $h(x, y)$ an dieser Stelle um eins erniedrigt werden. Verlassen mehrere Partikel diese Position, so verkleinert sich die Höhe dementsprechend um den Wert Δh , und an der Position, auf der diese Teilchen auf der Leeseite wieder landen, wird die Belegungshöhe um den Wert Δh erhöht.

In der einfachsten Version dieses Modells bewegen sich die Sandkörner in einer zweidimensionalen Ebene nur in x -Richtung, d. h., ein Teilchen springt von der Position x zu $x + L$. Die Flugweite L hängt dabei im Wesentlichen von der Starthöhe $h(x, y)$ und der Windstärke ab (in unserem Model durch einen dimensionslosen Parameter A ausgedrückt; s. Gleichung (3)).

Für die Saltation gilt dann die einfache Annahme: Je höher die Absprungsposition ist und je stärker der Wind weht, desto weiter fliegt ein Sandkorn in Strömungsrichtung. Der Saltationsprozess lässt sich somit folgendermaßen modellieren:

$$h(x, y) \rightarrow h(x, y) - \Delta h \tag{1}$$

$$h(x + L, y) \rightarrow h(x + L, y) + \Delta h \tag{2}$$

mit $L = A + b h(x, y)$. (3)

Dabei sind $h(x, y)$ die lokale Belegungshöhe bzw. Starthöhe eines Teilchens und L die Funktion für die Flugweite. Δh wird in der Regel gleich eins gesetzt.

Zur Abschätzung der Flugweite in Gleichung (3) wird ein linearer Ansatz gewählt: Der Kontrollparameter A kann als proportional zur Windstärke interpretiert werden und b skaliert die Abhängigkeit der Sprungweite von der Starthöhe.

5.2 Relaxation durch Abrutschen

Sandhaufen werden nicht beliebig steil, denn die Sandkörner bewegen sich nicht nur in Abhängigkeit der Windströmung sondern auch schwerkraftsbedingt in Abhängigkeit der Oberflächenbeschaffenheit (wie z. B. des lokalen Böschungswinkels). Durch seitliches Abrutschen von Teilchen wird ein Höhenprofil ständig so verändert, dass alle Böschungswinkel unterhalb eines kritischen Winkels liegen (vgl. [5]).

In dem hier vorgestellten Modell wird dieser Vorgang so realisiert, dass die Belegungshöhen $h(x, y)$ in Abhängigkeit der Belegungshöhen der nächsten N Nachbarn variiert bzw. angepasst werden. Summiert man z. B. über die Hö-

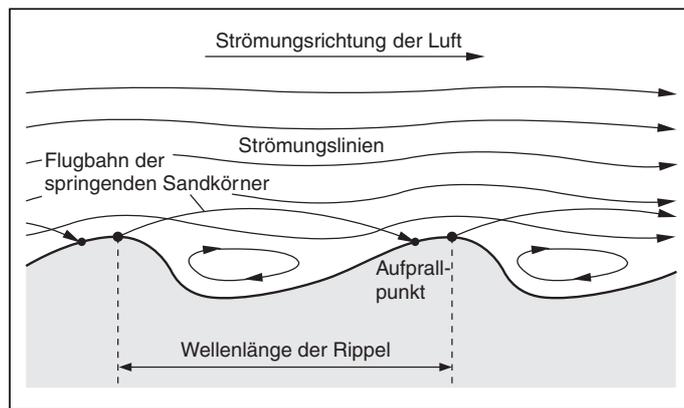


Abb. 10: Sandrippel entstehen in Abhängigkeit der Luftströmungen über der Sandoberfläche.

hen der nächsten Nachbarpositionen, so lässt sich die mittlere lokale Belegungshöhe $h(x, y)$ in der unmittelbaren Umgebung eines Teilchens abschätzen. Dazu addiert man alle Belegungshöhen h_i der nächsten N Nachbarn auf und teilt die Summe durch N :

$$\bar{h} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i.$$

Ein Maß für die (mittlere) lokale Steigung ergibt sich dann z. B. als Höhenbelegungsdifferenz durch einfache Subtraktion der aktuellen und der mittleren Belegungshöhe:

$$D[h(x, y)] = h(x, y) - \bar{h}.$$

Übersteigt die lokale Steigung z. B. den Wert $D \geq 2$, erfolgt ein Abrutschen eines Partikels auf die Position in der Nachbarschaft, deren Belegungshöhe am kleinsten ist. Dieser Prozess wird so lange iterativ wiederholt, bis die lokale Steigung unterkritisch wird, d. h. einen Wert von $D < 2$ annimmt. (Dies entspricht dem Relaxationsmechanismus eines überkritischen Sandhaufens; vgl. dazu z. B. [4]-[5]). Das Relaxieren lässt sich algorithmisch somit folgendermaßen modellieren:

$$D[h(x, y)] = h(x, y) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i \tag{4}$$

Falls

$$D[h(x, y)] \geq 2,$$

so setze

$$h(x, y) \rightarrow h(x, y) - 1 \text{ und } h_{i,\min} \rightarrow h_{i,\min} + 1. \tag{5}$$

Dabei sind $h(x, y)$ die lokale Belegungshöhe, D die Relaxations-Funktion und N die Anzahl der nächsten Nachbarpositionen. Modelliert man auf einem quadratischen Raster, so lassen sich in der einfachsten Version als nächste Nachbarn z. B. die so genannten von-Neumann-Nachbarn mit $N = 4$ definieren, d. h., es gelten die Plätze als nächste Nachbarn, die mit der aktuellen Position mindestens eine gemeinsame Basislänge haben. Nimmt man zusätzlich die Zellen hinzu, die darüber hinaus auch mindestens eine gemeinsame Ecke haben, also die so genannten Moore-Nachbarn, so erhöht sich Anzahl der nächsten Nachbarn auf $N = 8$.

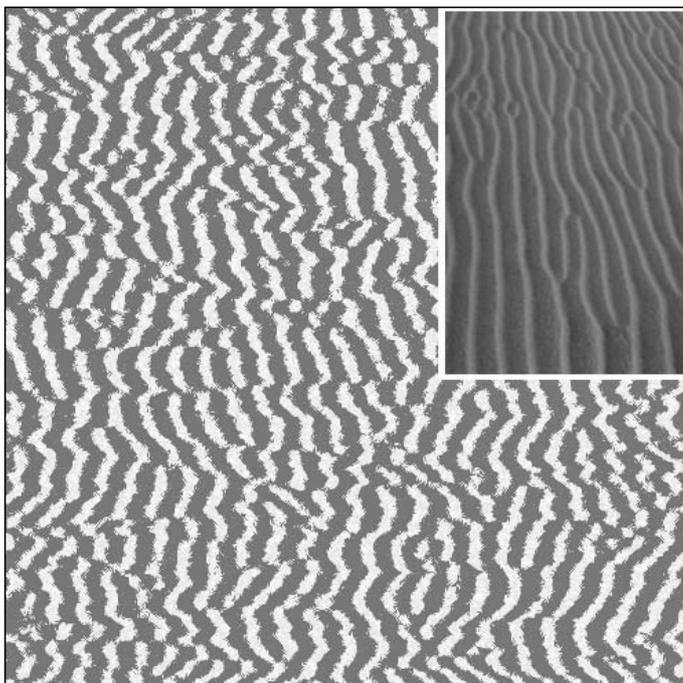
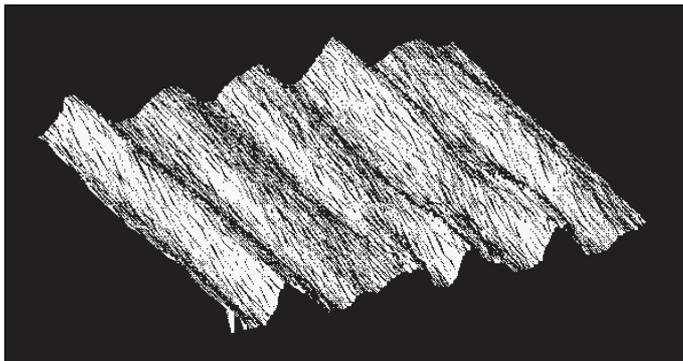
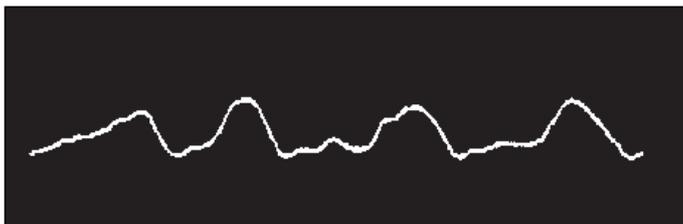


Abb. 11 (oben): Simulierte Sandrippeln in der Seitenansicht.

Abb. 12 (Mitte): Simulierte Sandrippeln im dreidimensionalen Oberflächenprofil.

Abb. 13 (unten): Vergleich simulierter (links) und realer Rippelmuster (rechts).

5.3 Simulation per Iteration

Die Simulation der Rippelbildung erfolgt mithilfe einer Iteration der Saltations- und Relaxationsvorgänge. Die beiden in Abschnitt 5.1 (Gleichungen (1) bis (3)) und 5.2 (Gleichungen (4) und (5)) modellierten Prozesse bilden dabei jeweils einen diskreten Zeitschritt, d. h., zunächst führen alle oder eine zufällig gewählte Anzahl von Teilchen eine Saltation aus und danach erfolgt eine Relaxation der Oberfläche. Diese beiden Teilschritte werden jeweils iterativ nacheinander ausgeführt.

Zu Beginn der Simulation wird eine „Sandfläche“ durch Belegen der Höhen $h(x,y)$ (zufällig oder „flach“) präpariert und die Parameter Δh , A und b gewählt.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Ergebnisse der Simulationen. Die Oberflächen wurden zunächst „flach“ mit einer Schichtbreite von 1000 Teilchen und einer Schichtdicke von 50 Teilchen initiiert. Die anderen Parameter wurden auf $\Delta h = 1$, $A = 5,0$ und $b = 2,0$ gesetzt.

Abb. 11 zeigt eine Momentaufnahme der Entwicklung einer zunächst flachen Oberfläche im Längsschnitt, Abb. 12 das dreidimensionale Höhenprofil.

Es zeigt sich, dass anhand der hier skizzierten einfachen Modellannahmen bereits elementare Rippelmuster erzeugt werden können, die denen natürlicher Sandrippel zumindest morphologisch ähnlich sind. Dies gilt insbesondere für die 3D-Musterungen, denn hier bilden sich durch die iterative Abfolge der Sprung- bzw. Relaxationsprozesse „von selbst“ sehr periodisch angeordnete Erhöhungen und Vertiefungen aus (vgl. Abb. 12).

Um die entstehenden Muster besser mit denen realer Sandrippel vergleichen zu können, hat es sich als sinnvoll erwiesen, die dreidimensionalen Oberflächenprofile aus einer speziellen „Vogelperspektive“ zu betrachten: Dabei werden alle Positionen, deren Belegungshöhe größer als eine fest gewählte Höhe h_f ist, besonders hell eingefärbt. Auf den dunkel eingefärbten Plätzen liegen dann weniger Partikel, hier befinden sich Vertiefungen. Die so entstehende reliefartige Struktur hebt das eigentliche Höhenprofil der Rippel hervor. Es ergeben sich Muster (vgl. Abb. 13), die verblüffend realistisch wirken und die besondere Qualität der beschriebenen Modellbildung und des implementierten Algorithmus zeigen.

Wie die realen Sandrippel bleiben auch die simulierten Rippel trotz der Dynamik in nahezu unveränderter äußerer Form zeitlich erhalten und ähnlich den echten Rippeln zeichnen sich auch die simulierten Muster durch eine nahezu konstante Wellenlänge aus.

6 Sandrippel im Physikunterricht

Die Neufassung der Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA) für das Fach Physik vom Februar 2004 hat der gewachsenen Bedeutung der Nichtlinearen Physik Rechnung getragen und sie gleichrangig neben traditionelle Inhalte des Physikunterrichts wie z. B. die Thermodynamik, die Relativitätstheorie oder die Elektronik gestellt. Die Bundesländer sind mit ihren Neufassungen der Rahmenlehrpläne diesem Schritt in unterschiedlichem Maße gefolgt bzw. vorausgeeilt. Von den 16 Bundesländern haben inzwischen 10 Länder bestimmte Aspekte des Themengebiets „Nichtlineare Physik“ in unterschiedlicher Weise in Grund- oder Leistungskursen als Wahl- oder verpflichtenden Anteil in ihren Rahmenplänen berücksichtigt (vgl. [9]). So sind z. B. in den neuen Lehrplänen von Nordrhein-Westfalen oder denen von Sachsen-Anhalt aktuelle Themen und Sachbereiche der modernen nichtlinearen Physik wie z. B. „Nichtlinearität und Chaos“ und „Selbstorganisation und Dissipative Strukturen“ verankert worden (vgl. z. B. [10]). In den Lehrplänen von NRW werden sogar konkrete Kontextvorschläge zu verschiedenen Bereichen wie „Der ‘Flügel Schlag’ des Schmetterlings“, „Ordnung im Chaos oder: Eine ordentliche Unordnung“ und auch „Eine Dünenlandschaft unter physikalischen Aspekten“ vorgeschlagen, wobei auch besondere Inhalte und Phänomene hervorgehoben werden wie z. B. „Konvektionszellen“, „Rosinen im Kuchen“ (Müslieffekt) und auch „Granulate“.

Die unterrichtliche Behandlung von Sandrippeln und ihrer Dynamik folgt also nicht nur den aktuellen Lehrplänen, sondern schlägt auch eine Brücke von den Alltags- bzw. Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler hin zu Themen der modernen Physik.

7 Zusammenfassung

Sandrippel stellen faszinierende Naturphänomene dar. Sie können in den unterschiedlichsten Bereichen der natürlichen Umwelt beobachtet und auch im (Schul-) Experiment nachgestellt werden. Die Dynamik der Musterbildung lässt sich mithilfe elementarer Ansätze modellieren und die numerischen Simulationen liefern realistische und überzeugende Ergebnisse.

Das kollektive Zusammenwirken granularer Materie in Form von Sandrippeln bietet zudem einen Zugang für das grundlegende Verständnis der elementaren Ideen und der wesentlichen Konzepte der Selbstorganisations-Theorie.

Die Software zur Simulation von Sandrippeln kann per E-Mail (Kontaktadresse: nordmeier@physik.fu-berlin.de) zugeschickt oder unter der Internetadresse <http://didaktik.physik.fu-berlin.de> herunter geladen werden. Die Software steht für den Einsatz im Unterricht kostenlos zur Verfügung.

Literatur

- [1] Weblink „Kleines Uhrenlexikon“: <http://www.uhren-reparaturen.com/Lexikon/Sanduhren/sanduhren.htm> (Stand: 31.01.2005)
- [2] R. A. Bagnold: *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes*, New York und London, Methuen & Co Ltd, 1941 (Neuaufgabe: Mineola (N.Y.): Dover Publications 2005.
- [3] H.-J. Herrmann: Spuren im Sand, Die Physik der Dünen, in: *Physik Journal*, 4 (2005) 8/9, S.57-60.
- [4] H. J. Schlichting u. V. Nordmeier: Strukturen im Sand. Kollektives Verhalten und Selbstorganisation bei Granulaten, in: *MNU*, 6/49 (1996), S.323-332.
- [5] V. Nordmeier u. H. J. Schlichting: Ein Sandhaufen mit Erinnerung. Experimentelle Untersuchungen zur Selbstorganisierten Kritikalität, in: *Physik in der Schule*, 5/35 (1997), S.192-195.
- [6] H. J. Schlichting, V. Nordmeier u. D. Jungmann: Die Großen landen immer oben. Phänomene der Selbstorganisation beim Schütteln von Kugeln, in: *Physik in der Schule*, 5/34 (1996), S.190-193.
- [7] H. Nishimori and N. Ouchi: Formation of Ripple Patterns and Dunes by Wind-Blown Sand, in: *Physical Review Letters*, 1/71 (1993), S.197-200. Und: H. Nishimori, M. Yamasaki and K.H. Anderson: A simple model for the various pattern dynamics of dunes, in: *Int. J. of Modern Physics B* 12 (1999), S.257-272.
- [8] K. H. Anderson, M. Abel, J. Krug, C. Ellegaard, L.R. Sondergaard and J. Idesen: Pattern dynamics of vortex ripples in sand: Nonlinear modeling and experimental validation, in: *Physical Review Letters* 88 (2002), Nr.234302.
- [9] P. Schwarzenberger u. V. Nordmeier: Chaos im Physikunterricht, in: Nordmeier, V.; Oberländer, A. (Hrsg.): *Didaktik der Physik – Berlin 2005*. Berlin: Lehmanns Media Verlag, 2005.
- [10] Ministerium f. Schule u. Weiterbildung und Forschung d. Landes NRW (Hrsg.): *Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe II – Gymnasium / Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen, Düsseldorf, 1999.*

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. Volkhard Nordmeier, FU-Berlin, Fachbereich Physik/Didaktik der Physik, Arnimalle 14, 14195 Berlin, E-Mail: nordmeier@physik.fu-berlin.de