

# 1. Eigenschaften von Strahlung

## 1.1. Einführung

Formel + Eingabe  $\rightarrow$  Lösung nein!

grundlegende Experimente:

klassisch falsch

Schrödinger Gleichung  
selten lösbar

Intuition : klass. falsch

Erfahrung

Exp. , Konzept ?

Theorie welche Näherung ?

# 1.2 Hohlraumstrahlung

Absorptionsvermögen  $A_V$

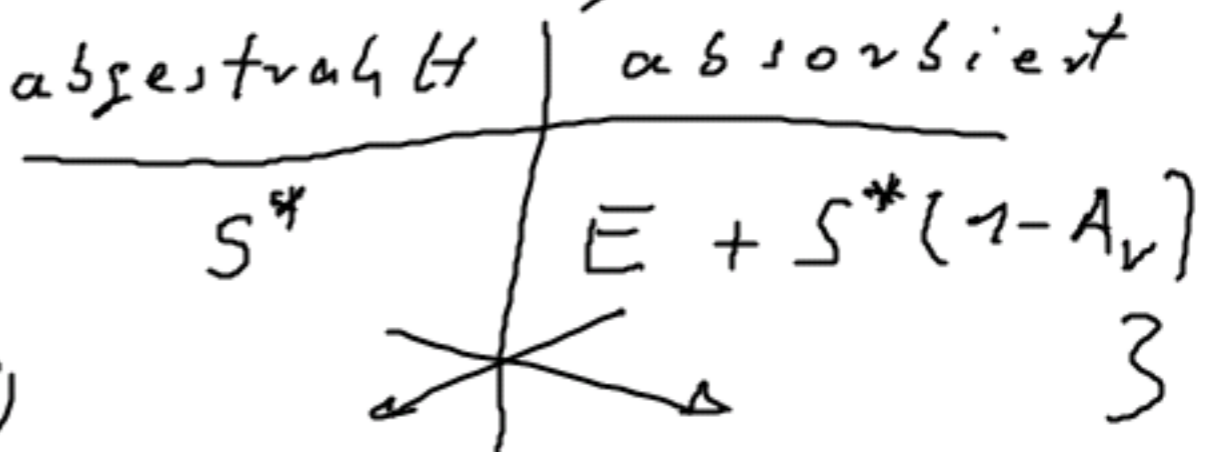
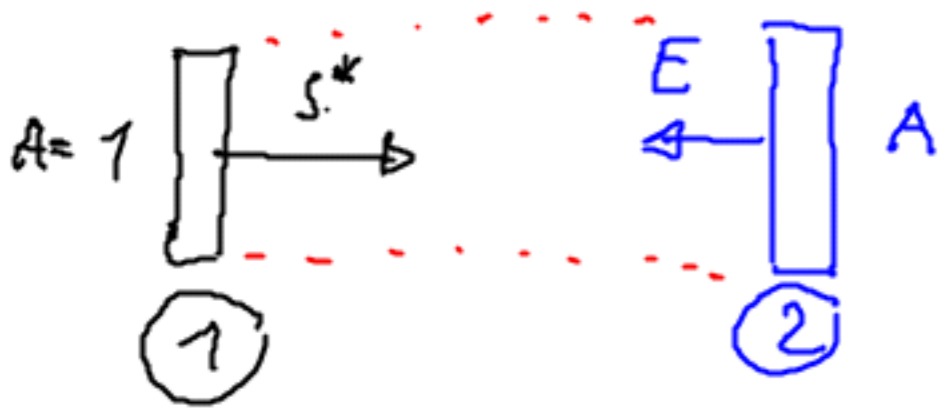
Reflexionsvermögen  $R_V$

Emissionsvermögen  $E_V$

Schwarzer Strahler

$$R_V + A_V = 1$$

$$A_V = 1 ; E_V = S_V^*$$



①  
②

thermisches Gleichgewicht

$$abg = abs$$

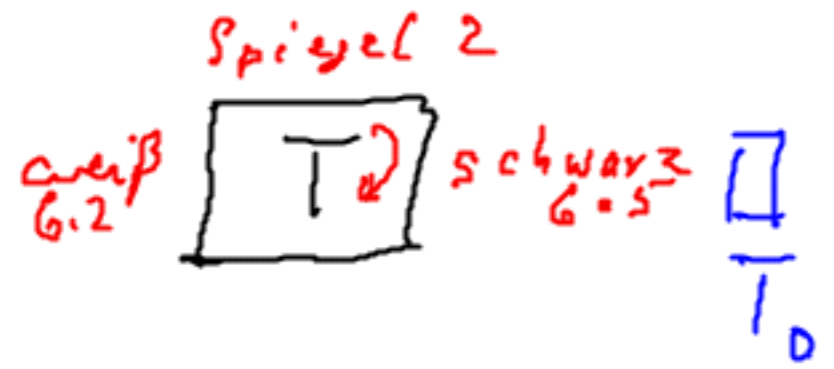
$$S^* = E + S^* - S^* \cdot A$$

$$\frac{E_V(T)}{A_V(T)} = S_V^*(T)$$

Leslie Würfel

beliebig

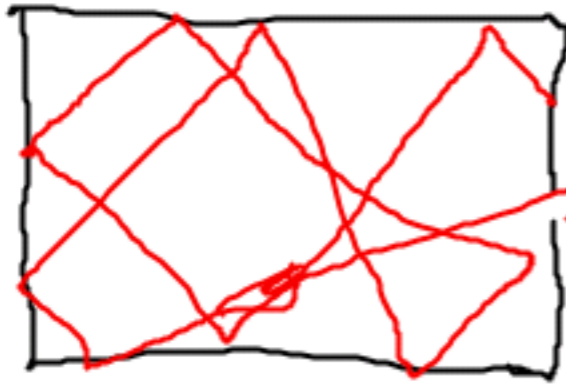
universell



Lichtmühle!

Realisierung

Hohlraumstrahler!



$$A_\nu = 1$$

spektrale Dichte

$$\Delta S_\nu^*$$

Spektrale Modendichte  $n(\nu)$

Bemtröder 2 Kapitel (7.8, 2)

$$n(\nu) d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 d\nu$$

pro  $m^3$

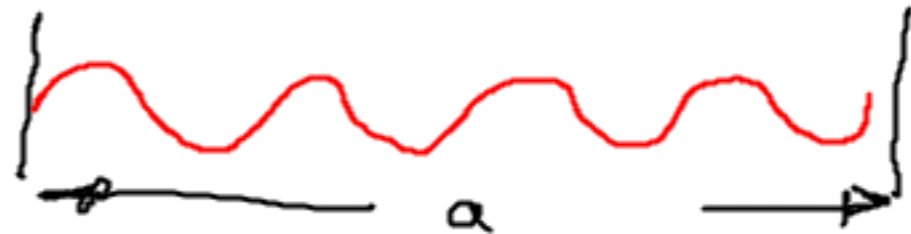
Moden

$$N \cdot \lambda = 2a$$

$$\nu = N \frac{c}{2a}$$

$\lambda$  kleiner  
 $\nu$  größer

mehr Nidv



1-dim

$$N(\nu) d\nu \sim \nu d\nu$$

$$\lambda \cdot \nu = c$$

3-dim

$$\sim \nu^2 d\nu$$

$$N \sim \nu \sim \frac{a}{c}$$

$$n(\nu) = \frac{N}{V} \sim \frac{N}{a^3} \sim \frac{1}{c^3}$$

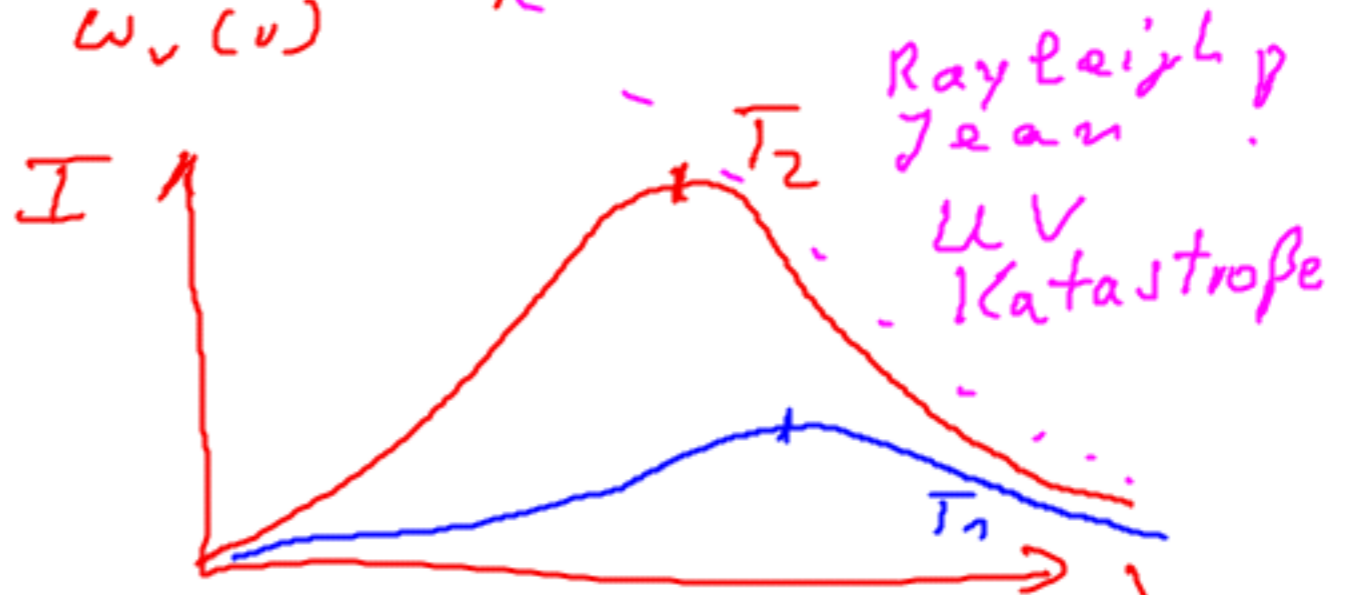
Energie dichte  $u_\nu(\nu) d\nu$

$$u_\nu(\nu) d\nu = n(\nu) \cdot \overline{W_\nu(T)} d\nu$$

$$S_\nu(\nu) d\nu = \frac{c}{4\pi} u_\nu(\nu)$$

mittlere Energie pro Mode

klass. Erwartung  
spez. Wärme



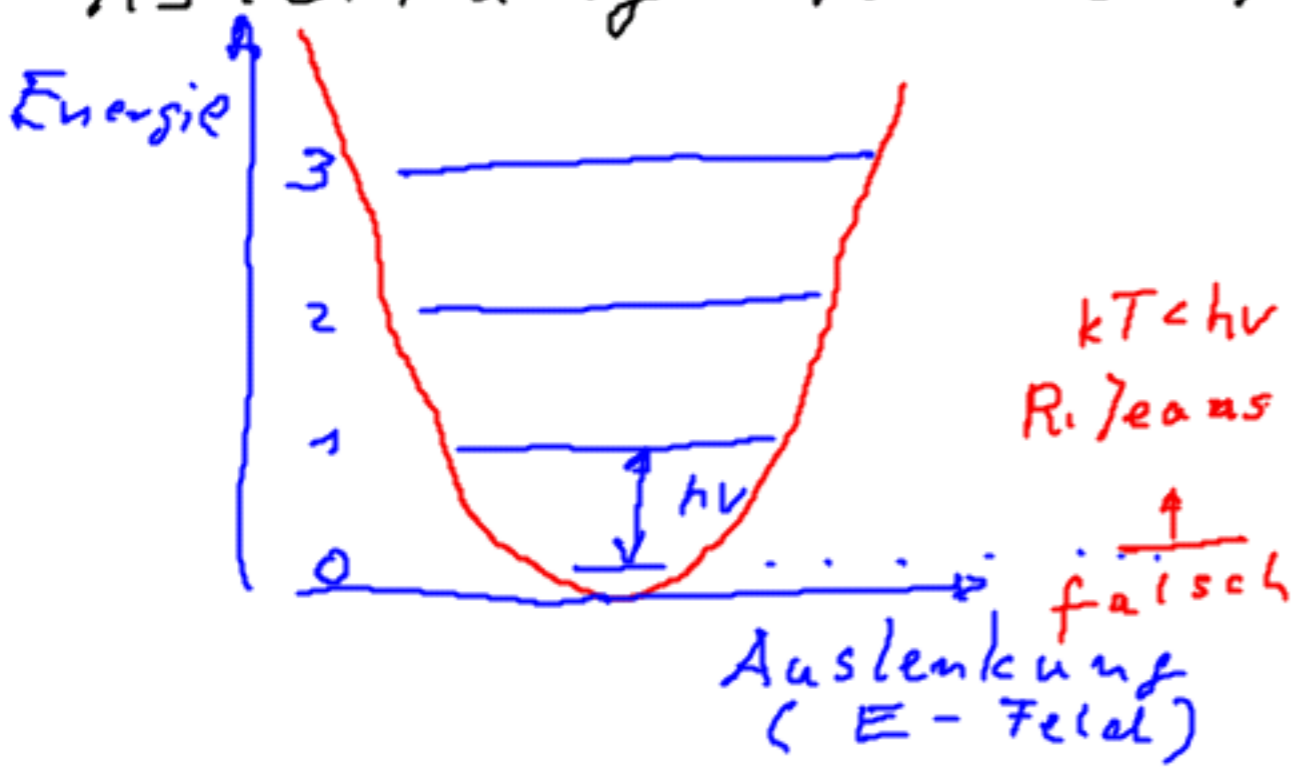
Energieinhalt = Freiheitsgrade  $\times \frac{1}{2} kT$   
(Gleichverteilungssatz)  
 $u_\nu(\nu) d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} d\nu \cdot kT$

Planck: Quantenmechanik  $W_\nu = n \cdot \underbrace{h\nu}_{\text{Photon}}$   
 $\overline{W} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$

perfekt  
universell

$$u_\nu(\nu) d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Ableitung  $\bar{W}$  aus  $W = n \cdot h \cdot \nu$



$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

$$\bar{W} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Annotations: "Bosoni" with a '2' below it pointing to the denominator, and "Fermion" with a '+' sign above it pointing to the denominator.

Beispiel:  $m = 0.01 \text{ kg}$ ,  $l = 0.1 \text{ m}$ ,  $\alpha = 0.1 \text{ rad}$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} = 1.6 \text{ s}^{-1}$$

$$E = m \cdot g \cdot l (1 - \cos \alpha) = 5 \times 10^{-5} \text{ J}$$

hohe Frequenzen

---

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{const} = 0,29 \text{ cm} \cdot \text{K}$$

Wiensches Verschiebungsgesetz

Ableiten?

Stefan Boltzmann: Fläche?

$$\frac{dW}{dt} = \sigma \cdot T^4; \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

Universalität:

# 1.3 Einstein Koeffizienten und Laser

Demtröder 7. Emission + Absorption  
8. Laser

Planck: Photonen quantisiert  $\bar{E} = n h \nu$

Atom-, Molekül-, Festkörper =  
zustände quantisiert

(Linienbreite, keine Entartung)

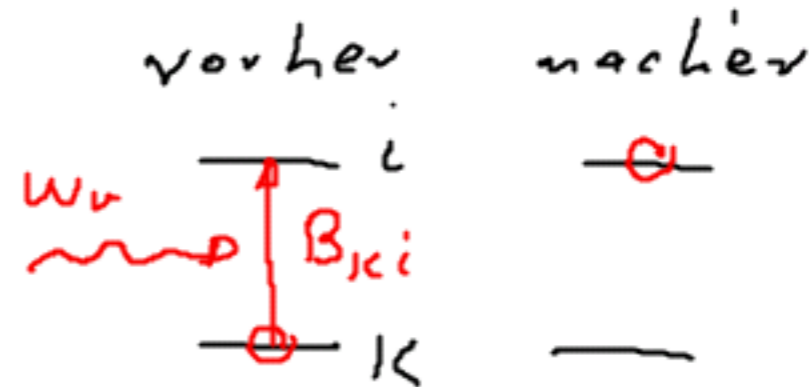
hier: Zwei-Niveausystem:

Grundzustand  $E_k$ ; angeregter Zustand  $E_i$

Postulat Einstein:  $E_i - E_k = h \nu$   
Atom Planck

## a) Absorption

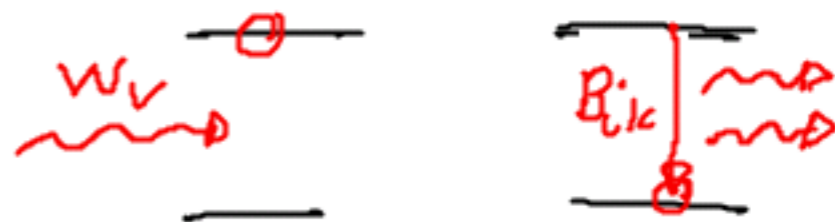
$$\text{Rate: } W_{ki} = B_{ki} \cdot \underbrace{\omega_\nu(\nu)}_{n(\nu) \cdot h\nu}$$



## b) induzierte Emission

$$W_{ik} = B_{ik} \cdot \omega_\nu(\nu)$$

2. Photon: Phase + Richtung wie das 1.



## c) spontane Emission

$$W_{ik} = A_{ik} \left( = \frac{1}{\tau} \right)$$



Fluoreszenz  
Phosphoreszenz

(Quanten Elektro. Dyn., Nullpunktschw.)

$$dN_{ik} = B_{ki} \omega_\nu \cdot N_{ik}$$

$$dN_i = B_{ik} \omega_\nu N_i + A_{ik} N_i$$

stationär:  $dN_i = dN_{ik}$

$$B_{ki} \omega_\nu N_{ik} = B_{ik} \omega_\nu N_i + A_{ik} N_i$$



$$W_v = \frac{A_{ik} N_i}{B_{ji} N_{lc} - B_{ik} N_i} = \frac{A_{ik} / B_{ik}}{\frac{B_{ji} N_{lc}}{B_{ik} N_i} - 1}$$

thermisches Gleichgewicht

stim.  
Emiss.

$$\frac{N_i}{N_{lc}} = e^{-(E_i - E_{lc})/kT} = e^{-h\nu/kT}$$

$$W_v = \frac{A_{ik} / B_{ik}}{\frac{B_{ji}}{B_{ik}} e^{h\nu/kT} - 1}$$

Einsteinkoeffizienten

$$B_{ji} = B_{ik}$$

$$A_{ik} / B_{ik} = \frac{8\pi}{c^3} h\nu^3$$

Laserproblem:

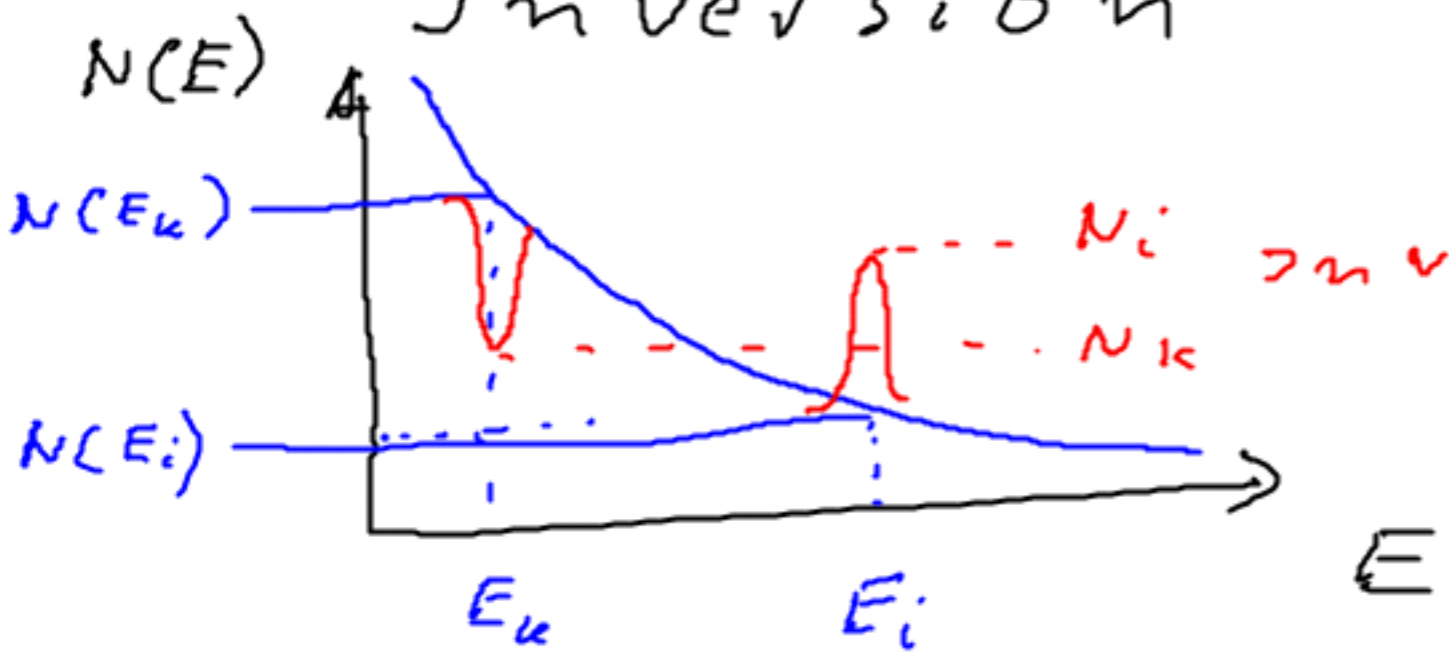
$$a) \frac{\text{spontane Rate}}{\text{stim. Rate}} = (e^{h\nu/kT} - 1)$$

behindert Röntgenlaser

b)  $\frac{\text{stim. Rate}}{\text{Absorption Rate}} = \frac{N_i}{N_{1c}}$  also  $N_i > N_{1c}$ ?

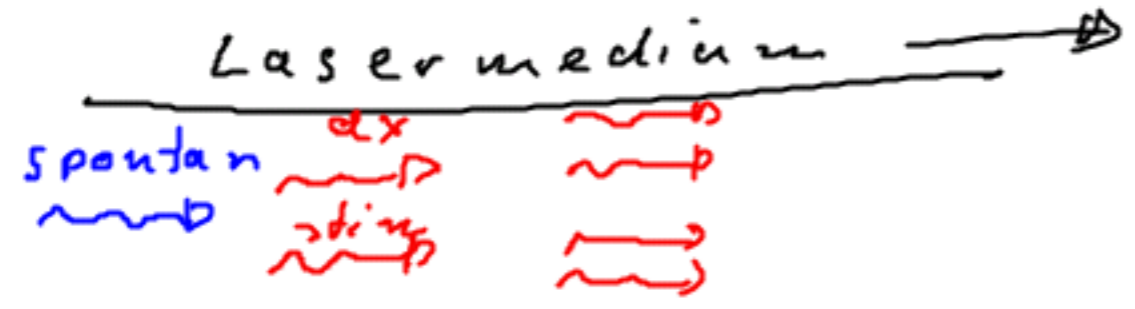
therm. Gleichw. unmöglich

Inversion



Pumpen  
Entladung  
Blitzlampen  
!

Verstärkung:



Gewinn  $dn_s = N_i B_{1c} n dx$   
 Verlust  $- dn_{Abs} = N_{1c} B_{1c} n dx + \text{Rauwinkler}$

Bilanz  $dn = \alpha n dx$        $\alpha = (N_i - N_{1c}) B_{\text{verst}}$   
 $\frac{dn}{n} = \alpha dx$        $\ln n = \alpha x + C$        $n = n_0 e^{\alpha x}$

$$I = I_0 e^{\alpha x} \quad N_i < N_k \quad \alpha < 0$$

Absorption  
Lambert Beer

$$N_i > N_k + \text{Verluste} \quad \alpha > 0$$

Resonator:  
 $m$  Umläufe  $\rightarrow$   $m \cdot x$  Verstärkung

Modenselektion ?

3 Niveau

4 Niveau