Beziehung zwischen Strom und Spannung

Explizit kein Ohm’sches Verhalten; keine elektrische Leitfähigkeit im üblichen Sinne

- Beschleunigte Elektronen im Vakuum (Kathodenstrahlröhre)

- Elektronentransfer in und Ionentransport in Proteinen

Ohm’scher Widerstand bei elektrisch leitenden Festkörpern oder Lösungen

(elektrisch leitende Salzlösung = Elektrolyt)

=> **Konstante Driftgeschwindigkeit** der Elektronen resultiert aus Beschleunigung im elektrischen Feld und abbremsenden „Stößen“, die in der Summe wie eine (geschwindigkeitsproportionale) Reibungskraft wirken.

Elektrisch leitende Materialien mit klar nicht-Ohm‘schen Verhalten (nichtlineare Strom-Spannungskurven)

- Komplexe Hableitermaterialien (elektronische Bauelemente)

- Biologische Membranen mit Transportsystemen (Kanälen bzw. molekülspezifischen Poren, „Carriern“, aktiver Membrantransport)

Wirkungen des elektrischen Stromes

Ein elektrischer **Strom** hat drei „*Wirkungen*"; zwei davon in Verbindung mit der ***Materie***, in der er fließt, die dritte auch im ***Vakuum***:

(i) **Wärmeproduktion** ('Joule'sche Wärme') aufgrund des elektrischen **Widerstandes** der stromleitenden Materie;

(ii) eine **chemische** Wirkung (Oxidation, Reduktion) aufgrund der Ladungsübertragung an **Ionen** (Elektrolyse, Galvanisieren, Biochemie, ..);

(iii) die Erzeugung eines **Magnetfeldes** um einen stromdurchflossenen Leiter oder Stromfaden, auch im ***Vakuum****.*

Die **Wärmeproduktion** haben wir bereits erwähnt; sie ist gegeben durch die Stromstärke I, die durch einen Widerstand R fließt, mal dem **Spannungsabfall** U am Widerstand (Ladung/ Zeit $\times$ Potentialdifferenz = Arbeit/Zeit $\rightarrow$ Wärme/Zeit):

Elektrische *Leistung*

$$P = I\,U = U^2 / R = I^2 R$$

(*Einheit* V$\times$A = J/s $\equiv$ W, Wärmeproduktion) .

Die **elektrochemische Wirkung** ist äußerst wichtig für die Technik (Chemie, Bau von Batterien und Akkus, Galvanik) aber auch für die Biochemie und Biophysik sowie die Physiologie (Gleichgewicht in Elektrolytlösungen, Membranspannungen, Leitung von Nervenimpulsen, Photosynthese, Sinnesorgane...)

Die Beziehung zwischen **Strom und Magnetfeldern** wurde von *H.C. Oersted* im Jahre 1811 entdeckt. Sie basiert letztlich auf einen relativistischen Effekt: die Ladungsdichte einer *bewegten* Ladungsverteilung ändert sich relativ zu der einer *ruhenden* Ladungsverteilung und hängt auch davon ab, ob der *Beobachter sich bewegt*. Dies bewirkt eine kleine Zusatzkraft zur statischen Coulombkraft, welche wir als **magnetische Kraft** bezeichnen.

Parallel- und Reihenschaltungen von Widerständen und Kondensatoren

bei der **Reihenschaltung** gilt:

$U_0 = U_1 + U_2$ (Maschenregel)

und $I_0 = I_1 = I_2$ (Knotenregel);

=> Für Widerstände: $\mathbf{R_{Ges} = R_1 + R_2}$

bzw. für Leitwerte $\mathbf{1/L_{Ges} = 1/L_1 + 1/L_2}$

Für Kapazitäten gilt: $\mathbf{1/C_{Ges} = 1/C_1 + 1/C_2}$

bei der **Parallelschaltung** gilt:

$I_0 = I_1 + I_2$ (Knotenregel)

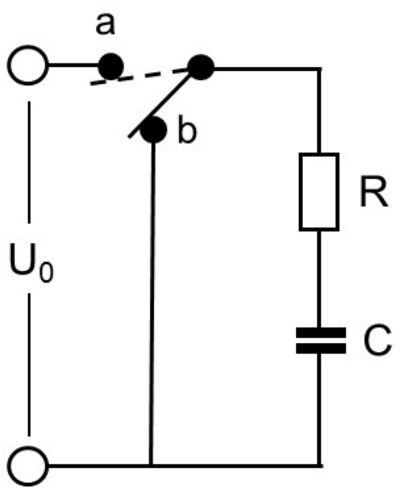
und $U_0 = U_1 = U_2$ (Maschenregel);

=> Für Leitwerte: $\mathbf{L_{Ges} = L_1 + L_2}$

bzw. für Widerstände $\mathbf{1/R_{Ges} = 1/R_1 + 1/R_2}$

Für Kapazitäten gilt: $\mathbf{C_{Ges} = C_1 + C_2}$

Aufladung eines Kondensators
über einen Widerstand



Die Spannung über dem Kondensator wird als U_C bezeichnet, die Spannung über dem Widerstand als U_R, beide sind könnne sich mit der Zeit ändern, wenn ein Strom I fliesst. Der Kondensator sei anfänglich vollkommen entladen, also $U_C(t=0) = 0$ V. Zum Zeitpunkt t = 0 wird der Schalter in Stellung *a* gebracht. Nach Schließen des Schalters lädt sich der Kondensator und erreicht (fast) die Spannung U_0.

Der Zeitverlauf für die **Kondensatoraufladung** ist dann durch die folgende Beziehung gegeben:

$$U_C(t) = U_0\,(1-e^{-t/\tau}) \text{ mit der Zeitkonstanten } \tau = RC$$

Herleitung dazu?

a) „Sammeln“ der benötigten Gleichungen

(1a) *Ohm'sches Gesetzt*: $U_R = I\,R$

(1b) *Maschenregel*: $U_R + U_C = U_0$

(1a) + (1b) => $U_0 - U_C = I\,R$

(2) *Def. des Stromes:* $I = dQ/dt$

=> $U_0 - U_C = R\,dQ/dt$

(3) *Def. der Kapazität*: $C = dQ/dU_C$ bzw. $dQ = C\,dU_C$

b) Kombination der Gleichungen

(zu einer Differentialgleichung)

(1) + (2) + (3) =>

$$U_0 - U_C = R\,dQ/dt = RC\,dU_C/dt$$

⇔ $\mathbf{dU_C(t)/dt = U_0/\tau - U_C(t)/\tau}$ mit $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{RC}$ (Glg. A)

c) Lösungsansatz und Startwerte

Lösungs-Ansatz: $U_C(t) = a\,e^{-t/\tau} + b$ (Glg. B)

Startwerte: $U_C(0) = 0 \Rightarrow a = -b$ (Glg. C)

=> $U_C(t) = b\,(1 - e^{-t/\tau})$

d) Einsetzen des Lösungsansatzes in Diff.-Gleichung

und Koeffizientenvergleich

$$\mathbf{dU_C(t)/dt = U_0/\tau - U_C(t)/\tau}$$

$$b/\tau\,e^{-t/\tau} = U_0/\tau - b/\tau\,(1 - e^{-t/\tau})$$

=> $0 = U_0/\tau - b/\tau$ bzw. $\mathbf{U_0 = b}$

Damit ist erstens gezeigt, dass der Ansatz aus Glg. B die Glg. A löst und zweitens erreicht, dass mit den Startbedingungen nach Glg. C sich die folgenden Werte von a und b ergeben:

$$a = -U_0, \quad b = U_0$$

und somit tatsächlich

$$U_C(t) = U_0\,(1-e^{-t/\tau}) \text{ mit } \tau = RC$$